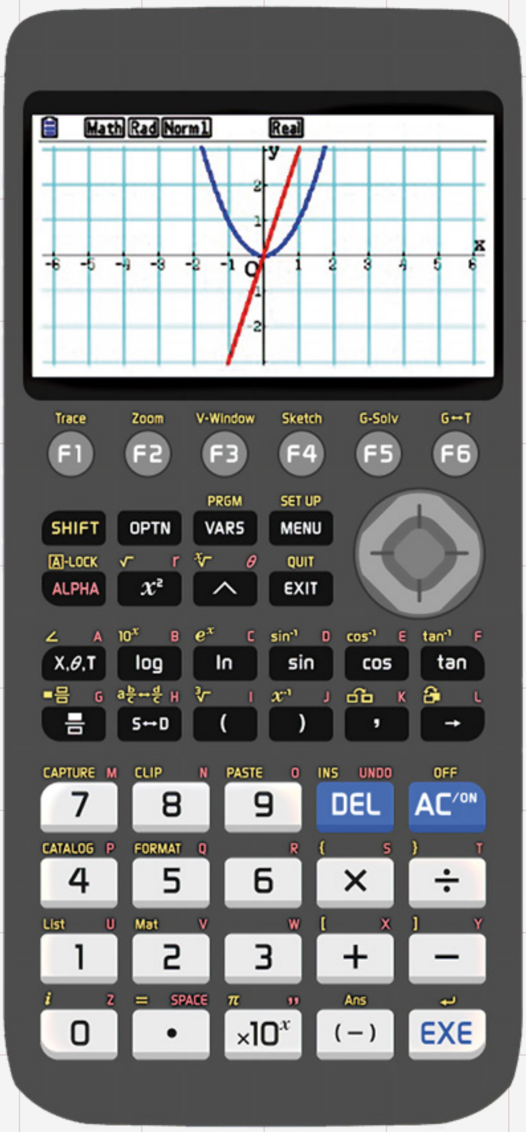
MATEMÁTICAS

Y EL USO

DE LA TECNOLOGÍA



Jaime Rodrigo Segarra Escandón

Abel Cabrera Martínez

Universidad Católica de Cuenca

MATEMÁTICAS

Y EL USO

DE LA TECNOLOGÍA

EDUNICA
EDITORIAL UNIVERSITARIA

Matemáticas y el uso de la tecnología

© **Autores:**
Jaime Rodrigo Segarra Escandón
Docente de la Universidad Católica de Cuenca-Ecuador

Abel Cabrera Martínez
Docente de la Universidad de Córdoba-España

Primera edición: marzo de 2026

ISBN: 978-9942-27-377-2
e-ISBN: 978-9942-27-378-9
DOI: https://doi.org/10.26871/EDUNICA.186

Esta obra cumplió con el proceso de revisión por pares académicos bajo la modalidad de doble par ciego.

© **Editorial Universitaria Católica (EDUNICA)**

Larizza Pozo Astudillo
Gerente
Paúl Miño Armijos
Edición y corrección
David Urgilés Morocho
Diseño y diagramación

Dirección: Tomás Ordóñez 6-41 y Presidente Córdova
Teléfono: 099 517 8716
E-mail: edunica@ucacue.edu.ec

Cuenca-Ecuador

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

A mi esposa Margarita, compañera incansable de vida,
por su amor firme, su comprensión en los momentos difíciles
y su constante fe en mí, incluso cuando yo dudaba.

A mis hijos, Ángel David y Jaime Matías,
fuente inagotable de alegría, motivación y esperanza.
Gracias por su ternura, por entender mis ausencias
y por dar sentido a cada sacrificio realizado.

Este logro no es solo mío, sino de ustedes,
porque cada página escrita y cada hora dedicada
estuvieron sostenidas por su paciencia, su apoyo incondicional y su amor inmenso.
Con todo mi corazón, les dedico este proyecto.

Agradecimiento

Los autores expresamos nuestro más profundo agradecimiento a la **Universidad Católica de Cuenca**, por su permanente respaldo institucional, académico y humano. Esta obra no habría sido posible sin el entorno propicio que la universidad ofrece para el desarrollo de proyectos de investigación e innovación educativa. Destacamos especialmente el compromiso de esta casa de estudios con la formación integral de sus estudiantes, el fortalecimiento del pensamiento crítico y la integración de la tecnología en los procesos de enseñanza-aprendizaje, pilares fundamentales que inspiran el presente trabajo.

Nuestro sincero reconocimiento también a **CASIO Ecuador**, por su valiosa colaboración en la promoción del uso pedagógico de herramientas tecnológicas. A través de su apoyo decidido y generoso, ha sido posible acercar la tecnología a las aulas de manera significativa, potenciando la motivación, la autonomía y la autoeficacia de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas y otras áreas científicas. Esta alianza estratégica entre academia e industria refleja una visión compartida de transformación educativa con impacto nacional.

Ambos autores han compartido la autoría de esta publicación de manera equitativa, integrando sus conocimientos y experiencias en un esfuerzo conjunto orientado a mejorar la calidad educativa, promover la innovación metodológica y brindar herramientas prácticas a docentes y estudiantes.

Finalmente, extendemos nuestro agradecimiento a todos los colegas, estudiantes y colaboradores que, de manera directa o indirecta, han aportado con ideas, sugerencias y retroalimentación durante la elaboración de este libro.

Este proyecto es también un testimonio de trabajo colaborativo y compromiso con la educación.

Cuenca, 01/01/2026

Jaime Rodrigo Segarra Escandón

Prólogo

Escribir este libro ha sido el resultado de años de observación, experiencia docente y compromiso con una pregunta que ha guiado gran parte de mi vida académica: ¿cómo puede la tecnología transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas? Durante mi trayectoria como profesor universitario he sido testigo de las dificultades que enfrentan los estudiantes al abordar conceptos matemáticos abstractos, especialmente en las asignaturas de Álgebra Lineal, Cálculo Diferencial e Integral, y Probabilidad y Estadística. He visto la ansiedad, el desánimo y la falta de confianza que, muchas veces, acompañan a esta disciplina. Sin embargo, también he comprobado cómo el uso adecuado de herramientas tecnológicas en particular las calculadoras científicas y gráficas CASIO puede cambiar por completo esa percepción. Este libro nace de esa experiencia y de un conjunto de investigaciones desarrolladas en el marco de la Universidad Católica de Cuenca, donde he tenido la oportunidad de combinar docencia, innovación tecnológica y análisis empírico. Mi propósito es compartir con la comunidad académica los resultados obtenidos, pero también inspirar a docentes y estudiantes a redescubrir las matemáticas como un lenguaje accesible, visual y aplicable, cuando se las integra con sentido pedagógico a las herramientas del siglo XXI. La obra se estructura en capítulos que abordan el conocimiento matemático desde su dimensión teórica y práctica, vinculando conceptos como la motivación, la autoeficacia y la ansiedad matemática con la mediación tecnológica. Cada apartado refleja un esfuerzo por comprender no solo qué aprenden los estudiantes, sino cómo se sienten al aprender, reconociendo que las emociones y la autoconfianza son componentes esenciales del éxito académico. Considero que enseñar matemáticas hoy implica mucho más que resolver ecuaciones o memorizar fórmulas; significa formar mentes críticas, autónomas y tecnológicamente competentes. En ese sentido, la calculadora, lejos de ser un atajo, se convierte en un puente que une el razonamiento simbólico con la experimentación digital, ofreciendo al estudiante una nueva manera de comprender la realidad a través de los números. Agradezco profundamente a la Universidad Católica de Cuenca por su apoyo institucional y al equipo de CASIO Ecuador por su compromiso con la innovación educativa. A mi familia, por acompañar con paciencia y amor cada paso de este proyecto. Este libro es, ante todo, una invitación a repensar la enseñanza de las matemáticas como una experiencia humana, emocional y tecnológica, donde aprender deja de ser una obligación y se convierte en una oportunidad para descubrir, crear y transformar.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

En la actualidad, se ha consolidado una percepción generalizada acerca de la relevancia del uso de la tecnología en el ámbito educativo, particularmente en el contexto de las clases de matemáticas. Esta tendencia encuentra respaldo en numerosas investigaciones a nivel internacional que abordan este tema crucial. Algunos de estos estudios se centran en la preocupante falta de dominio de conceptos matemáticos fundamentales por parte de estudiantes de bachillerato y universidad. En [1] y [2] subrayan la estrecha relación entre la calidad de la enseñanza de las matemáticas y el conocimiento que los docentes poseen sobre el contenido. Su investigación se enfoca en identificar qué conocimientos específicos son necesarios para que los profesores logren el éxito pedagógico en el aula. Paralelamente, surge la interrogante sobre por qué los estudiantes ecuatorianos de educación básica no sobresalen por sus destacados resultados en matemáticas, según lo evidencian las pruebas internacionales PISA (Programme for International Student Assessment). Además, los estudiantes de ingeniería enfrentan serias dificultades en el aprendizaje de las asignaturas relacionadas con las matemáticas. Estas dificultades pueden estar relacionadas con la complejidad de los conceptos matemáticos, la falta de preparación previa o la ansiedad matemática, lo que afecta su rendimiento académico. Este fenómeno plantea un desafío significativo que merece un análisis detenido y un abordaje reflexivo para mejorar el panorama educativo en este campo específico.

Las actuales investigaciones revelan una creciente inquietud en relación con la carencia de conocimientos matemáticos básicos entre los futuros profesionales. Este déficit, además de sus consecuencias directas en el desempeño académico, puede tener un impacto decisivo en el rendimiento general en matemáticas. Más allá de la comprensión elemental del contenido por parte de los futuros profesionales, se ha identificado la presencia de diversas variables que inciden en su rendimiento académico. Factores como la percepción de sí mismos, los principios y variables cognitivas, como estrategias de aprendizaje y conocimientos previos, han surgido como componentes cruciales en el contexto educativo. Este enfoque exhaustivo reconoce la complejidad de los elementos que contribuyen al éxito académico y resalta la necesidad de abordar de manera integral la preparación de profesionales en el ámbito de la educación matemática. Adicionalmente, la evaluación del nivel de conocimientos matemáticos de los estudiantes desempeña un papel crucial al identificar áreas donde enfrentan dificultades, permitiendo a los educadores fortalecer esos contenidos específicos. La influencia directa de los docentes en el proceso de aprendizaje de los estudiantes destaca la importancia fundamental de su rol en la educación. Ma [1] argumentó que el éxito en el aula está intrínsecamente ligado a la comprensión personal de las matemáticas por parte del profesor, respaldada por un sólido dominio disciplinario, así como por confianza y seguridad en sus conocimientos. En este sentido, afirmó que los profesores con un conocimiento matemático robusto están mejor equipados para guiar a sus alumnos hacia una comprensión significativa de la materia. Es evidente que el conocimiento profesional de los educadores se erige como un factor determinante para la eficacia en la enseñanza.

Indudablemente, la integración de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas ha adquirido una importancia sin precedentes en el ámbito educativo contemporáneo. Al aprovechar herramientas tecnológicas, los educadores pueden ofrecer experiencias de aprendizaje más dinámicas y participativas, capaces de captar la atención de los estudiantes y fomentar un entendimiento más profundo de los conceptos matemáticos. La tecnología no solo diversifica los métodos de enseñanza, sino que también proporciona acceso a recursos educativos en línea, simulaciones interactivas y software especializado, enriqueciendo así el proceso de aprendizaje. Además, la utilización de dispositivos y aplicaciones permite la resolución práctica de problemas y la visualización de conceptos abstractos, transformando las matemáticas en una disciplina más accesible y relevante para los estudiantes. En resumen, la incorporación de la tecnología en la educación matemática no solo potencia la calidad de la enseñanza, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar los desafíos tecnológicos del siglo XXI, promoviendo un aprendizaje matemático más efectivo y aplicado.

El empleo de la calculadora en el aula ha emergido como una herramienta pedagógica esencial que revitaliza el proceso de enseñanza de las matemáticas. Al integrar la calculadora, los estudiantes no solo agilizan operaciones aritméticas, sino que también se les capacita para abordar problemas matemáticos más complejos con mayor eficiencia. La calculadora facilita el enfoque en conceptos matemáticos fundamentales al liberar a los estudiantes de cálculos tediosos, permitiéndoles dedicar más tiempo a comprender y aplicar esos conceptos de manera más profunda. Además, su uso promueve el desarrollo de habilidades prácticas y la familiaridad con la tecnología, preparando a los estudiantes para un mundo cada vez más digital. La calculadora, lejos de restar importancia al proceso de aprendizaje, se convierte en una aliada que potencia la comprensión, la resolución de problemas y la aplicabilidad de las matemáticas en situaciones del mundo real. En consecuencia, su integración estratégica en el aula no solo simplifica las tareas matemáticas, sino que también contribuye significativamente a cultivar un enfoque más profundo y práctico en el estudio de las matemáticas.

La motivación desempeña un papel crucial en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, actuando como un catalizador que impulsa el interés y la participación activa de los estudiantes. Cuando los educadores incorporan estrategias que vinculan los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real o desafíos significativos, cultivan un ambiente propicio para el desarrollo de la motivación intrínseca. Al demostrar la relevancia y aplicabilidad de las matemáticas en el mundo cotidiano, los estudiantes encuentran un propósito tangible para su aprendizaje, lo que fortalece su compromiso y perseverancia en la materia [3].

Además, el reconocimiento y la celebración de los logros individuales refuerzan la autoeficacia de los estudiantes en matemáticas, generando un ciclo positivo de motivación y éxito. La motivación, por lo tanto, no solo es un componente esencial para superar posibles obstáculos en el aprendizaje matemático, sino que también contribuye a cultivar una actitud positiva hacia esta disciplina, incentivando a los estudiantes a explorar y disfrutar el fascinante mundo de las matemáticas.

La autoeficacia en matemáticas, entendida como la creencia de un individuo en su capacidad para abordar y superar desafíos matemáticos, desempeña un papel fundamental en el proceso educativo. Cuando los estudiantes tienen una alta autoeficacia en matemáticas, están más propensos a asumir tareas desafiantes con confianza y perseverancia. Los educadores desempeñan un papel clave al fomentar y fortalecer esta creencia en los estudiantes, proporcionando retroalimentación constructiva y oportunidades para el éxito. La autoeficacia en matemáticas no solo influye en el rendimiento académico, sino que también afecta la disposición de los estudiantes para enfrentar nuevas situaciones matemáticas y explorar conceptos complejos. Al impulsar la autoeficacia en el aula, se empodera a los estudiantes para superar posibles obstáculos, fomentando un ambiente de aprendizaje positivo y fortaleciendo la conexión entre la autoconfianza y el rendimiento matemático exitoso [1].

A partir de estos hallazgos internacionales y de la literatura sobre ansiedad matemática y tecnología, resulta indispensable situar la discusión en el caso ecuatoriano, considerando sus evaluaciones nacionales recientes y su incorporación a estudios internacionales comparativos.

1.2. Contexto

En Ecuador, en el contexto de la educación en bachillerato y universidad, particularmente en relación con las matemáticas en las ingenierías, presenta un panorama diverso con desafíos y oportunidades específicas. En el nivel de bachillerato, el currículo nacional está diseñado para preparar a los estudiantes en diversas disciplinas, incluyendo las matemáticas, que son fundamentales para el desarrollo de habilidades lógico-matemáticas. Los contenidos abarcan temas como álgebra, geometría, trigonometría, y cálculo diferencial e integral, con un enfoque en la resolución de problemas y el razonamiento lógico. Sin embargo, la calidad de la enseñanza y los recursos disponibles varían, lo que puede influir en la preparación de los estudiantes para estudios superiores. Además, la motivación hacia las matemáticas puede ser un problema debido a la percepción de la dificultad de la materia y la falta de conexión con aplicaciones prácticas.

En el ámbito universitario, las carreras de Ingeniería en Ecuador incluyen un sólido componente de matemáticas en los primeros años, cubriendo materias como cálculo, álgebra lineal, estadística y métodos numéricos. Estas materias son esenciales para disciplinas específicas como la Ingenierías Informáticas, Civil, Eléctrica, Mecánica, Agronomía, donde se aplican en el modelado, análisis y resolución de problemas técnicos. No obstante, la transición del bachillerato a la universidad puede ser difícil para algunos estudiantes debido a las diferencias en la profundidad y el ritmo del estudio de las matemáticas, lo que a su vez puede influir en la retención de estudiantes en programas de ingeniería.

Existen diversas oportunidades para mejorar esta situación, como el fortalecimiento del currículo para asegurar una mejor alineación entre el bachillerato y la universidad, la capacitación continua de profesores de matemáticas para garantizar una enseñanza efectiva, y la implementación de programas de tutoría y apoyo académico para ayudar a los estudiantes a superar dificultades específicas. Además, la promoción de las matemáticas aplicadas, mostrando sus aplicaciones prácticas en Ingeniería y otros campos, puede aumentar el interés y la relevancia percibida por los estudiantes.

La asignatura de **Cálculo Diferencial e Integral** es fundamental en los programas de estudios de las carreras de Ingeniería, Ciencias Exactas, Economía, y otras disciplinas relacionadas con las matemáticas en las universidades ecuatorianas. Esta asignatura suele ser parte del plan de estudios de los primeros semestres y es crucial para el desarrollo de competencias matemáticas avanzadas que se aplican en cursos posteriores.

Enfoque y Contenidos. El curso de Cálculo Diferencial e Integral en las universidades ecuatorianas generalmente abarca: Límites y Continuidad: Introducción a conceptos fundamentales como el límite de una función, continuidad, y sus propiedades. Derivadas: Definición, interpretación geométrica, reglas de derivación, y aplicaciones de la derivada en problemas de optimización, tasas de cambio, y aproximaciones lineales. Integrales: Introducción a las integrales indefinidas y definidas, técnicas de integración, y el teorema fundamental del cálculo. Se aplican las integrales en áreas bajo curvas y volúmenes de sólidos de revolución.

Álgebra Lineal es fundamental en la formación de estudiantes en carreras técnicas y científicas en Ecuador debido a su aplicabilidad en una amplia gama de disciplinas. El curso no solo se centra en el aprendizaje de conceptos abstractos como vectores, matrices, y espacios vectoriales, sino también en su aplicación práctica en problemas del mundo real. Por ejemplo, en ingeniería, se utiliza para modelar y resolver sistemas de ecuaciones lineales, esenciales para el análisis de circuitos eléctricos, estructuras, y dinámica de sistemas. En ciencias de la computación, los conceptos de autovalores y autovectores son cruciales para el desarrollo de algoritmos de inteligencia artificial y procesamiento de imágenes. Además, las transformaciones lineales y las técnicas de diagonalización son herramientas poderosas en la simplificación de problemas complejos en física y economía. La enseñanza de Álgebra Lineal en las universidades ecuatorianas busca que los estudiantes no solo comprendan la teoría, sino que también desarrollen competencias para aplicar estos conceptos en su campo profesional, utilizando herramientas tecnológicas y software matemático para resolver problemas con mayor eficiencia.

La **asignatura de Estadística y Probabilidad** en las universidades ecuatorianas es crucial para formar estudiantes en el análisis de datos y la toma de decisiones bajo incertidumbre, especialmente en carreras como ingeniería, economía, ciencias sociales y salud. Esta asignatura abarca conceptos fundamentales de probabilidad, incluyendo espacios muestrales, distribuciones de probabilidad, teoremas de probabilidad, y variables aleatorias, así como los principios de la inferencia estadística, que incluyen estimación de parámetros, pruebas de hipótesis, regresión y análisis de varianza. La enseñanza de esta materia busca desarrollar en los estudiantes la capacidad de interpretar datos, modelar fenómenos aleatorios y aplicar métodos estadísticos para resolver problemas en contextos reales, utilizando herramientas tecnológicas como software estadístico para análisis más precisos y eficientes. El dominio de Estadística y Probabilidad es esencial no solo para el análisis cuantitativo en investigaciones, sino también para tomar decisiones informadas en escenarios donde la variabilidad y la incertidumbre juegan un papel crucial.

1.3. Objetivos, hipótesis y pregunta de investigación

Objetivo general

Analizar el impacto del uso de herramientas tecnológicas (calculadora científica y software matemático) en la motivación, la autoeficacia y la reducción de la ansiedad matemática en estudiantes de ingeniería de la Universidad Católica de Cuenca.

Objetivos específicos

1. Describir la relación entre el uso de tecnología y la motivación en el aprendizaje de las matemáticas en contextos universitarios ecuatorianos.

2. Evaluar el efecto del empleo de la calculadora científica sobre la motivación y el rendimiento académico en asignaturas básicas de ingeniería.

3. Identificar la relación entre uso de tecnología, autoeficacia y ansiedad matemática en estudiantes de primer año.

Hipótesis de trabajo

H1: La integración didáctica de calculadoras y software matemático incrementa significativamente la motivación y la autoeficacia.

H2: El uso pedagógico de estas tecnologías reduce de forma significativa la ansiedad matemática frente a enfoques tradicionales.

Pregunta de investigación general

¿Cuál es el impacto del uso de herramientas tecnológicas en la motivación, la autoeficacia y la ansiedad matemática de los estudiantes de ingeniería?

Capítulo 2

Marco Teórico

En este capítulo se abordará la parte teórica del conocimiento matemático, destacando los fundamentos conceptuales y metodológicos que sustentan esta disciplina. Además, se explorarán aspectos importantes de asignaturas clave como el Cálculo Diferencial e Integral, el Álgebra Lineal, la Estadística y la Probabilidad, analizando tanto sus conceptos básicos como sus aplicaciones prácticas. Se discutirá también la influencia de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, con énfasis en cómo herramientas digitales, como software matemático, aplicaciones y plataformas en línea, han transformado la manera en que los estudiantes interactúan con los contenidos matemáticos. Finalmente, se analizará el impacto específico del uso de la calculadora Casio, particularmente los modelos más avanzados, en el aprendizaje y la comprensión de conceptos matemáticos, considerando cómo estas herramientas pueden facilitar la resolución de problemas, reducir la ansiedad matemática y mejorar la autoeficacia de los estudiantes.

2.1. Conocimiento matemático

El conocimiento matemático se considera una de las piedras angulares de la educación, no solo por su aplicabilidad en una amplia variedad de disciplinas, sino también por su capacidad para desarrollar habilidades cognitivas superiores, como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la abstracción. Según [4], el conocimiento matemático no es simplemente un conjunto de hechos y procedimientos a memorizar, sino una estructura dinámica de conceptos y relaciones que se construyen a través de la experiencia y la reflexión.

En el ámbito educativo, el conocimiento matemático se divide en varios componentes clave. Shulman [5] identifica dos tipos fundamentales de conocimiento: conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido. El primero se refiere al dominio de los conceptos, teoremas y métodos matemáticos, mientras que el segundo abarca la comprensión de cómo enseñar estos conceptos de manera efectiva, adaptándose a las necesidades y contextos de los estudiantes.

El desarrollo del conocimiento matemático se puede entender a través de varias teorías de aprendizaje. La teoría constructivista, propuesta por [6], sostiene que el aprendizaje matemático ocurre cuando los estudiantes construyen activamente nuevos conocimientos al relacionar ideas nuevas con conocimientos previos. Vygotsky [7], por otro lado, enfatiza el papel del contexto social y cultural en el aprendizaje matemático, sugiriendo que la interacción con otros, como profesores y compañeros, es crucial para la construcción del conocimiento.

Otro aspecto importante del conocimiento matemático es su naturaleza abstracta y su relación con el razonamiento lógico. Freudenthal [8] introduce el concepto de matemática realista, que promueve la idea de que las matemáticas deben estar vinculadas a situaciones del mundo real para que los estudiantes puedan comprender su relevancia y aplicabilidad. Esta perspectiva ha influido en la enseñanza de las matemáticas, donde se busca contextualizar los conceptos matemáticos para que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda y significativa.

Además, el conocimiento matemático se distingue por su estructura jerárquica, donde el dominio de conceptos básicos es esencial para el entendimiento de ideas más complejas. Skemp [9] distingue entre comprensión instrumental y relacional: la primera se refiere a la capacidad de aplicar procedimientos matemáticos sin necesariamente entender su significado, mientras que la segunda implica una comprensión más profunda de las relaciones entre los conceptos matemáticos.

En cuanto a la evaluación del conocimiento matemático, diversos estudios destacan la importancia de utilizar métodos de evaluación que no solo midan la capacidad de los estudiantes para aplicar procedimientos, sino también su habilidad para razonar y resolver problemas de manera creativa. Según [10], una evaluación efectiva debe incluir tareas que requieran a los estudiantes conectar diferentes áreas del conocimiento matemático y aplicar estas conexiones en contextos novedosos.

2.2. La tecnología y las matemáticas

Diversas revisiones recientes muestran que las intervenciones con tecnología en matemáticas mejoran tanto el rendimiento como variables afectivas, especialmente cuando se cuida la alineación entre tipo de herramienta, contenido y pedagogía ([11], [12]).

Es asi que el uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha transformado significativamente la forma en que los estudiantes interactúan con los conceptos matemáticos. La integración de herramientas digitales, como software matemático, calculadoras gráficas, aplicaciones móviles, y plataformas de aprendizaje en línea, ha permitido una mayor visualización y comprensión de conceptos abstractos, así como la posibilidad de explorar y experimentar con problemas matemáticos en tiempo real. Según un estudio de [13] , el uso de tecnologías digitales en la enseñanza de matemáticas mejora no solo la comprensión conceptual, sino también la motivación y el compromiso de los estudiantes, al permitirles aprender a su propio ritmo y con retroalimentación inmediata.

La tecnología también ha ampliado el acceso a recursos educativos y ha permitido un aprendizaje más personalizado. La inteligencia artificial (IA) y los sistemas de tutoría inteligente son ejemplos de cómo la tecnología puede adaptarse a las necesidades individuales de los estudiantes, proporcionando un enfoque más eficaz para abordar las áreas donde un estudiante puede estar luchando [14]. Además, las plataformas de aprendizaje en línea como Khan Academy han revolucionado la educación matemática al ofrecer recursos accesibles y de alta calidad a nivel mundial.

El impacto de la tecnología no se limita al aula, sino que también se extiende a la evaluación del aprendizaje. Los sistemas de evaluación automatizados y las herramientas de análisis de datos permiten a los docentes evaluar de manera más precisa y rápida el progreso de los estudiantes, identificando patrones y áreas de mejora. Según [15], la tecnología no solo facilita la evaluación formativa, sino que también promueve una retroalimentación más inmediata y efectiva, lo que puede contribuir significativamente al aprendizaje profundo.

Sin embargo, el uso de la tecnología en la educación matemática también presenta desafíos. Las investigaciones de [16] destacan que, si bien la tecnología puede mejorar la enseñanza, su efectividad depende en gran medida de la formación y disposición de los docentes para integrarla de manera efectiva en el currículo. Además, existe el riesgo de que los estudiantes se vuelvan excesivamente dependientes de las herramientas tecnológicas, lo que podría afectar su capacidad para realizar cálculos mentales o desarrollar habilidades de razonamiento analítico.

2.3. El uso de la calculadora y las matemáticas

El uso de la calculadora en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha sido un tema ampliamente debatido por investigadores (e.g., [16]), ya que, aunque estas herramientas pueden facilitar la comprensión de conceptos complejos y mejorar la eficiencia en la resolución de problemas, también pueden plantear desafíos en cuanto al desarrollo de habilidades matemáticas fundamentales. Las calculadoras, desde modelos básicos hasta calculadoras gráficas avanzadas, han evolucionado para convertirse en herramientas esenciales en la educación matemática, permitiendo a los estudiantes explorar y manipular conceptos abstractos de una manera más tangible.

Una de las principales ventajas del uso de calculadoras es su capacidad para reducir la carga cognitiva, permitiendo que los estudiantes se concentren en la comprensión de conceptos más avanzados en lugar de quedar atrapados en cálculos aritméticos complejos. Según [17], las calculadoras pueden facilitar la transición de los estudiantes hacia la resolución de problemas más complejos al permitirles experimentar con números y operaciones sin el temor a errores de cálculo. Esto es particularmente beneficioso en áreas como el cálculo diferencial e integral, donde las calculadoras gráficas permiten la visualización de funciones y la exploración de sus propiedades.

Además, el uso de calculadoras ha demostrado tener un impacto positivo en la motivación de los estudiantes. Un estudio de [18] señala que los estudiantes se sienten más confiados y dispuestos a participar en actividades matemáticas cuando tienen acceso a calculadoras, lo que puede reducir la ansiedad matemática y aumentar la autoeficacia. Este impacto psicológico es crucial, especialmente en estudiantes que pueden tener dificultades con las matemáticas o que han desarrollado una aversión a la asignatura.

No obstante, el uso de calculadoras también presenta desafíos. Algunos críticos argumentan que la dependencia excesiva de las calculadoras puede obstaculizar el desarrollo de habilidades básicas de cálculo mental y razonamiento numérico. El estudio de [19] sugiere que, si bien las calculadoras pueden ser beneficiosas para resolver problemas complejos, su uso debe estar equilibrado con la enseñanza de métodos tradicionales de cálculo para asegurar que los estudiantes no pierdan la capacidad de realizar operaciones matemáticas sin ayuda tecnológica.

Además, la integración efectiva de las calculadoras en el currículo requiere que los docentes estén capacitados no solo en el uso técnico de estas herramientas, sino también en cómo utilizarlas para mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Según el informe de [20], la formación docente es clave para garantizar que las calculadoras se utilicen de manera que complementen, en lugar de reemplazar, la comprensión conceptual de las matemáticas.

2.4. Las herramientas Casio y las Matemáticas

Las herramientas tecnológicas desarrolladas por Casio, incluyendo calculadoras científicas y gráficas, han tenido un impacto significativo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estas herramientas no solo facilitan la resolución de problemas complejos, sino que también ofrecen a los estudiantes la oportunidad de explorar conceptos matemáticos de manera más interactiva y visual.

Las calculadoras científicas de Casio, como la serie fx-991 *CW* (ver Figura 2.1), proporcionan a los estudiantes una amplia gama de funciones matemáticas, desde operaciones básicas hasta funciones avanzadas como estadísticas y álgebra. Estas calculadoras son esenciales para realizar cálculos rápidos y precisos, permitiendo a los estudiantes centrarse en la comprensión conceptual en lugar de en la ejecución manual de cálculos. Según un estudio de [21], el uso de calculadoras científicas en el aula mejora la precisión de los cálculos y permite a los estudiantes verificar sus respuestas y explorar nuevas estrategias de resolución de problemas.

Las calculadoras gráficas de Casio, como la fx-CG50 (ver Figura 2.2), ofrecen capacidades avanzadas de visualización de funciones y gráficos. Estas herramientas permiten a los estudiantes trazar gráficos de funciones, analizar su comportamiento y explorar conceptos como derivadas e integrales de manera interactiva. La visualización gráfica facilita la comprensión de conceptos abstractos, como el comportamiento de las funciones y la relación entre las variables. Investigaciones, como las de [22] , muestran que el uso de calculadoras gráficas ayuda a los estudiantes a desarrollar una comprensión más profunda de conceptos matemáticos y a mejorar sus habilidades de resolución de problemas.

Figura 2.1. Imagen de la Calculadora ClassWiz 570/991.

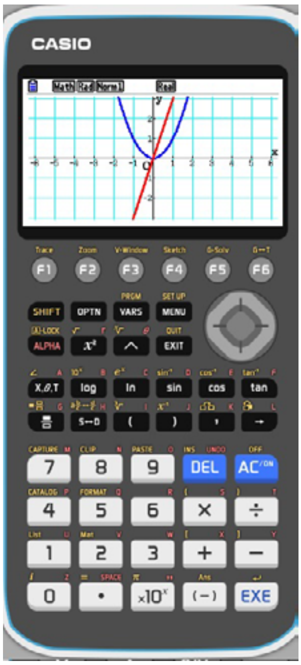


Figura 2.2. Imagen de la Calculadora CG50.

Entre las calculadoras de Casio más usadas dentro del bachillerato internacional, la fx-9860GIII (ver Figura 2.3), proporcionan herramientas para realizar operaciones con matrices, como la multiplicación, la inversión y la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Estas funcionalidades son cruciales en el estudio del álgebra lineal, ya que permiten a los estudiantes realizar cálculos complejos de manera eficiente y explorar conceptos como la descomposición de matrices y las transformaciones lineales. La capacidad de realizar estos cálculos de manera rápida y precisa permite a los estudiantes centrarse en la comprensión conceptual y la aplicación de estos conceptos a problemas reales. Según un estudio de [23], el uso de calculadoras de matrices facilita el aprendizaje de álgebra lineal al reducir la carga cognitiva asociada con los cálculos manuales.

Figura 2.3. Imagen de la Calculadora fx-9860GIII.

Las herramientas de Casio han demostrado tener un impacto positivo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estas herramientas permiten a los estudiantes explorar conceptos de manera más interactiva y visual, mejorando su comprensión y motivación. La capacidad de realizar cálculos complejos y visualizar funciones y datos facilita la resolución de problemas y el análisis de conceptos abstractos. Además, el uso de estas herramientas en el aula puede reducir la ansiedad matemática al permitir a los estudiantes centrarse en el razonamiento y la aplicación de conceptos en lugar de en los cálculos manuales. Sin embargo, es importante que el uso de estas herramientas se integre de manera equilibrada en el currículo, complementando la enseñanza teórica y asegurando que los estudiantes desarrollen una comprensión completa de los conceptos matemáticos.

2.5. ClassPad

La ClassPad de Casio es una herramienta avanzada que ha impactado significativamente la enseñanza de las matemáticas, proporcionando una plataforma versátil para explorar una amplia gama de conceptos matemáticos desde el nivel básico hasta el avanzado. Esta herramienta combina funcionalidades de cálculo simbólico, gráficos y aplicaciones interactivas, ofreciendo a los estudiantes y docentes una amplia gama de recursos para mejorar la comprensión matemática.

El ClassPad (ver Figura 2.4) es conocido por su interfaz intuitiva y su capacidad para realizar cálculos simbólicos, lo que permite a los usuarios trabajar con ecuaciones algebraicas, derivadas e integrales de manera más directa. La calculadora incluye un sistema de álgebra computacional (CAS) que puede simplificar expresiones algebraicas, resolver ecuaciones y manipular símbolos matemáticos, lo que facilita el aprendizaje de conceptos abstractos y complejos. De acuerdo con una investigación de [24], el uso de calculadoras CAS como el ClassPad permite a los estudiantes explorar y comprender mejor los conceptos matemáticos al proporcionar soluciones detalladas y pasos intermedios en los cálculos.

Una de las principales ventajas del ClassPad es su capacidad para visualizar funciones y datos de manera interactiva. La herramienta permite a los estudiantes trazar gráficos de funciones, analizar su comportamiento y explorar la relación entre diferentes variables. La capacidad de interactuar con gráficos y realizar ajustes dinámicos a los parámetros de las funciones ayuda

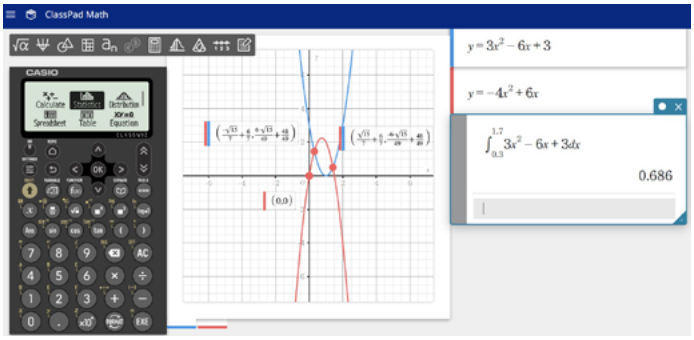


Figura 2.4. Herramienta ClassPad.

a los estudiantes a desarrollar una comprensión más profunda de conceptos como derivadas, integrales y transformaciones lineales. Según un estudio de [22], las herramientas de visualización gráfica como el ClassPad mejoran la comprensión conceptual y el pensamiento crítico al proporcionar representaciones visuales que refuerzan los conceptos matemáticos.

El ClassPad también ofrece una variedad de aplicaciones interactivas que facilitan el aprendizaje y la resolución de problemas en diferentes áreas de las matemáticas. Estas aplicaciones incluyen herramientas para el análisis de datos, la resolución de ecuaciones diferenciales y la exploración de geometría. La integración de estas aplicaciones permite a los estudiantes abordar problemas matemáticos desde múltiples perspectivas y aplicar conceptos en contextos prácticos. Según un estudio de [25], el uso de aplicaciones interactivas en herramientas como el ClassPad promueve un aprendizaje más activo y significativo al permitir a los estudiantes experimentar y explorar conceptos matemáticos en situaciones reales.

El impacto del ClassPad en la enseñanza de las matemáticas es notable en varios aspectos. Su capacidad para realizar cálculos simbólicos y visualizaciones gráficas ayuda a los estudiantes a comprender conceptos complejos y a desarrollar habilidades de resolución de problemas. La herramienta también facilita la integración de conceptos matemáticos a lo largo de diferentes niveles educativos, desde la educación secundaria hasta la universidad. Sin embargo, es crucial que los docentes utilicen el ClassPad de manera equilibrada y estratégica, complementando el uso de la tecnología con una sólida formación teórica para asegurar que los estudiantes desarrollen una comprensión completa y conceptual de las matemáticas.

2.6. El uso de la calculadora y el cálculo diferecial e integral

Estudios recientes indican que el uso de la calculadora científica puede mejorar el rendimiento y reducir la ansiedad, siempre que se integre en tareas de modelización y resolución de problemas [26]. Por otro lado, el uso de la tecnología en la enseñanza de los conceptos de límites, derivadas e integrales en cálculo diferencial e integral ha transformado significativamente el aprendizaje y la comprensión de estos temas fundamentales. Herramientas como calculadoras gráficas, software matemático y plataformas digitales han facilitado la visualización y el análisis de estos conceptos abstractos, promoviendo una comprensión más profunda y flexible.

Los límites son fundamentales para entender el cálculo diferencial e integral, ya que constituyen la base para definir derivadas e integrales. La tecnología facilita la comprensión de los límites al permitir a los estudiantes visualizar cómo una función se comporta a medida que se aproxima a un punto específico. Las calculadoras gráficas y el software matemático permiten a los estudiantes observar gráficos de funciones y cómo estas se aproximan a un valor límite, haciendo que el concepto sea más accesible y menos abstracto. Según un estudio de [27], las representaciones gráficas y la simulación dinámica ayudan a los estudiantes a desarrollar una comprensión más intuitiva de los límites y a manejar mejor los conceptos relacionados.

Las derivadas representan la tasa de cambio de una función respecto a una de sus variables y son cruciales para el análisis de funciones y problemas de optimización. La tecnología ha facilitado la enseñanza de derivadas mediante la visualización de la pendiente de la tangente a una curva en diferentes puntos. Herramientas como calculadoras gráficas y software como GeoGebra permiten a los estudiantes experimentar con la derivada de una función, observando cómo cambia la pendiente a lo largo de la curva. Esta visualización interactiva ayuda a los estudiantes a conectar el concepto abstracto de la derivada con su representación gráfica. De acuerdo con una investigación de [28] , el uso de tecnología en el aprendizaje de derivadas mejora la comprensión conceptual y reduce la ansiedad matemática al permitir una exploración más libre y menos propensa a errores.

Las integrales, que se utilizan para calcular áreas bajo curvas y resolver problemas de acumulación, también se benefician enormemente del uso de tecnología. Las herramientas digitales permiten a los estudiantes visualizar áreas bajo la curva de una función y explorar la relación entre la integral definida y la función antiderivada. Las calculadoras gráficas y el software matemático facilitan el cálculo de integrales, tanto definidas como indefinidas, y proporcionan retroalimentación inmediata sobre los resultados. Esto ayuda a los estudiantes a comprender mejor el concepto de integración y su aplicación práctica. Investigaciones como las de [29] indican que el uso de tecnología para explorar integrales promueve una comprensión más profunda y efectiva de la relación entre el cálculo de áreas y las propiedades de las funciones.

2.7. Uso de la Tecnología en la Enseñanza de Álgebra Lineal

La tecnología ha tenido un impacto significativo en la enseñanza del álgebra lineal, facilitando la comprensión de conceptos abstractos y la resolución de problemas complejos. Herramientas como software matemático, calculadoras gráficas y plataformas en línea han transformado la manera en que los estudiantes abordan temas fundamentales como vectores, matrices, y espacios vectoriales.

El estudio de vectores y espacios vectoriales se beneficia enormemente de la tecnología, que permite a los estudiantes visualizar y manipular estos conceptos de manera interactiva. Las herramientas gráficas y de álgebra computacional, como GeoGebra y MATLAB, permiten a los estudiantes explorar representaciones geométricas de vectores y entender sus propiedades a través de simulaciones y visualizaciones tridimensionales. Según un estudio de [30], el uso de software para visualizar operaciones con vectores ayuda a los estudiantes a desarrollar una comprensión más profunda y intuitiva de conceptos como la independencia lineal y la base de un espacio vectorial.

El manejo de matrices es otro aspecto clave del álgebra lineal que se ve facilitado por la tecnología. Software como MATLAB y Mathematica proporciona herramientas poderosas para realizar operaciones con matrices, como la multiplicación, la inversa y la descomposición, de manera eficiente y precisa. Las calculadoras gráficas y las aplicaciones en línea también ofrecen funcionalidades para resolver sistemas de ecuaciones lineales y realizar cálculos de determinantes. De acuerdo con un estudio de [31], el uso de estas herramientas tecnológicas permite a los estudiantes enfocarse en la comprensión de conceptos teóricos y aplicaciones prácticas, en lugar de quedar atrapados en los cálculos manuales.

Las transformaciones lineales, que son fundamentales en el álgebra lineal, se pueden explorar de manera más profunda a través de la tecnología. Las herramientas digitales permiten a los estudiantes observar cómo las matrices afectan a los vectores y las representaciones gráficas de estas transformaciones. El software de Casio facilita la visualización de cómo las transformaciones lineales afectan a los espacios vectoriales, ayudando a los estudiantes a comprender conceptos como las proyecciones y los cambios de base.

La tecnología también ha ampliado las aplicaciones prácticas del álgebra lineal en diversas áreas, como la optimización, la ingeniería y la ciencia de datos. Herramientas computacionales permiten a los estudiantes aplicar métodos algebraicos a problemas complejos en estos campos, lo que refuerza la relevancia del álgebra lineal en contextos del mundo real. La capacidad de utilizar software para modelar y resolver problemas de optimización, por ejemplo, demuestra la aplicabilidad de los conceptos algebraicos en la toma de decisiones y el análisis de datos. Según el estudio de [32], esta aplicación práctica de la tecnología en el aula ayuda a los estudiantes a conectar la teoría con la práctica y a desarrollar habilidades valiosas para su futura carrera.

2.8. Uso de la Tecnología en la Enseñanza de Estadística y Probabilidad

El uso de la tecnología en la enseñanza de estadística y probabilidad ha transformado significativamente el enfoque pedagógico, facilitando la comprensión de conceptos complejos y la realización de análisis de datos. Herramientas como software estadístico, calculadoras avanzadas, y plataformas de visualización de datos han permitido a los estudiantes explorar y analizar datos de manera más efectiva, promoviendo un aprendizaje más profundo y aplicado.

En estadística descriptiva, la tecnología juega un papel crucial en la organización, resumen y visualización de datos. Las herramientas digitales permiten a los estudiantes calcular medidas de tendencia central, dispersión, y generar gráficos como histogramas, diagramas de caja y gráficos de dispersión de manera eficiente. Software como Excel, Emuladores de Calculadoras Casio, R, y Python (con bibliotecas como Matplotlib y Seaborn) ofrece funciones robustas para el análisis descriptivo, facilitando la interpretación y presentación de datos.

En el estudio de la probabilidad, la tecnología permite la simulación de experimentos y la exploración de distribuciones de probabilidad de manera práctica y dinámica. Las simulaciones computacionales permiten a los estudiantes experimentar con diferentes escenarios y entender la variabilidad y el comportamiento de eventos aleatorios. Herramientas como MATLAB, R y aplicaciones en línea proporcionan recursos para realizar simulaciones de Monte Carlo, visualizar distribuciones y calcular probabilidades de eventos complejos. El uso de estas tecnologías ayuda a los estudiantes a desarrollar una comprensión más profunda de los conceptos probabilísticos y a aplicar estos conocimientos a problemas del mundo real [33].

En inferencia estadística, las herramientas tecnológicas facilitan la realización de pruebas de hipótesis, la construcción de intervalos de confianza y el análisis de regresión. Software estadístico como SPSS, SAS, Casio y R proporciona funciones avanzadas para realizar análisis complejos, como regresión múltiple y análisis de varianza (ANOVA). Estas herramientas permiten a los estudiantes realizar análisis detallados y obtener resultados precisos, lo que les ayuda a interpretar datos y tomar decisiones informadas basadas en evidencia empírica. Según un estudio de [34], el uso de software estadístico en la enseñanza de inferencia estadística mejora la comprensión conceptual y la capacidad de los estudiantes para aplicar métodos estadísticos en contextos prácticos.

La tecnología también ha facilitado la aplicación de métodos estadísticos y probabilísticos en análisis de datos en diversas disciplinas, como la economía, la biología y la ingeniería. El acceso a grandes conjuntos de datos y herramientas de análisis avanzado permite a los estudiantes explorar problemas complejos y realizar análisis de datos más sofisticados. Plataformas como Tableau y Power BI ofrecen capacidades de visualización interactivas que ayudan a los estudiantes a presentar y comunicar sus hallazgos de manera efectiva.

El marco teórico evidencia la transición desde enfoques centrados en el cálculo manual hacia modelos de aprendizaje apoyados en tecnología. Este cambio impulsa el desarrollo de la autorregulación, la autoeficacia y la reducción de la ansiedad matemática, factores esenciales para el éxito académico en la formación de ingenieros. En este sentido, el uso pedagógico de la calculadora científica Casio y del software matemático complementario se presenta no como una práctica de dependencia, sino como una estrategia que promueve la comprensión conceptual y la motivación del estudiante [35]

Capítulo 3

El uso de la calculadora en la asignatura de Álgebra Lineal

Este capítulo estudia la motivación de los estudiantes en el aprendizaje de Álgebra Lineal, se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo influye el uso de la calculadora en la resolución de problemas de Álgebra Lineal en la motivación de los estudiantes de primer año de Ingeniería? Para explorar esta cuestión, se utilizó el Instrumento de Motivación sobre Materiales Didácticos. La población del estudio incluyó a 63 estudiantes. Los resultados indicaron que los estudiantes del grupo experimental, quienes utilizaron la calculadora, mostraron una mayor motivación en el estudio de Álgebra Lineal. Estos hallazgos proporcionan información valiosa para que los docentes diseñen o modifiquen el currículo de Álgebra Lineal, con el fin de mejorar la motivación estudiantil.

3.1. Introducción

Actualmente, muchos estudiantes universitarios de ingeniería enfrentan dificultades persistentes en el aprendizaje de las matemáticas, evidenciadas tanto en un bajo rendimiento académico como en una actitud poco favorable hacia esta disciplina. Estas limitaciones afectan directamente su capacidad para comprender los problemas propios de su campo profesional y aplicar de manera adecuada los métodos de resolución [36]. Ante esta situación, los docentes recurren cada vez más al uso de herramientas tecnológicas como una estrategia para despertar el interés de los estudiantes y favorecer así una mejora en su desempeño académico.

Desde hace varios años, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos ha promovido una enseñanza activa de esta disciplina, orientada a fomentar un pensamiento crítico capaz de interpretar la realidad y aprovechar al máximo las herramientas tecnológicas disponibles [37]. La introducción de la primera calculadora gráfica de Casio en 1985 marcó un punto de inflexión en la forma de enseñar y aprender matemáticas, al ofrecer a los estudiantes experiencias educativas innovadoras. Este avance tecnológico suscitó nuevas reflexiones sobre la necesidad de transformar el currículo de matemáticas y definir estrategias adecuadas para integrar estos dispositivos en el aula [38].

Diversos estudios (e.g., [39]; [40]; [41] han profundizado en el impacto del uso de calculadoras en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Los hallazgos indican que los estudiantes que emplean calculadoras tienden a alcanzar mejores resultados académicos en comparación con quienes no las utilizan. Asimismo, se ha observado una reducción significativa de la ansiedad matemática, lo que contribuye a un mayor dominio de los contenidos y habilidades matemáticas.

3.1.1. Pregunta de investigación

En este marco, surge la siguiente interrogante de investigación: ¿De qué manera incide el uso de la calculadora Casio fx-570/991 en la motivación de los estudiantes de primer año de ingeniería al abordar la resolución de problemas en la asignatura de Álgebra Lineal?

3.2. Revisión de la literatura

Diversos investigadores han propuesto la incorporación de la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Estos estudios han demostrado que la implementación de recursos tecnológicos puede mejorar significativamente el desempeño académico de los estudiantes de ingeniería. A continuación, se revisan algunas de estas investigaciones para proporcionar una visión general de cómo la tecnología ha impactado positivamente en el rendimiento académico en el ámbito de las matemáticas.

En su estudio, [42] llevaron a cabo una investigación a lo largo de tres semestres académicos, involucrando a 710 estudiantes. Compararon el desempeño de los estudiantes universitarios a los que se les enseñó precálculo utilizando una calculadora gráfica y un libro de texto diseñado específicamente para su uso con dicha calculadora, con aquellos que siguieron un enfoque tradicional que incluía un libro de texto convencional y una calculadora científica. Los resultados mostraron que, en un examen final integral común, los estudiantes que aprendieron precálculo con la calculadora gráfica obtuvieron puntajes significativamente más altos en comparación con aquellos que utilizaron los métodos tradicionales.

En otro estudio, [38] investigaron el uso de calculadoras en dos niveles educativos: en la escuela primaria con calculadoras elementales y en la educación secundaria y los primeros años de la universidad con calculadoras gráficas. En el nivel universitario, el uso de calculadoras gráficas facilitó la exploración y el descubrimiento, promoviendo un enfoque activo hacia el aprendizaje. Los autores destacaron que el uso de estas calculadoras fomenta la interacción tanto entre estudiantes y profesores como entre los propios estudiantes, lo que enriquece el proceso educativo y mejora la dinámica de enseñanza-aprendizaje.

La investigación desarrollada por [43] analizó cómo influye el uso de la calculadora Wiris en el aprendizaje de funciones cuadráticas dentro de un curso universitario de matemáticas. Mediante un diseño experimental, se compararon los resultados de un grupo de 40 estudiantes expuestos al enfoque tradicional. La evaluación del aprendizaje se centró en tres competencias fundamentales: la comunicación matemática, el modelado de situaciones y la resolución de problemas. Los hallazgos indicaron que el uso de la calculadora Wiris no solo mejora de forma significativa el dominio de las funciones cuadráticas, sino que también contribuye a generar una actitud más positiva hacia la asignatura.

En una investigación más reciente, Hazday, [44] abordaron el tema del trabajo independiente de los estudiantes mediante el uso de la calculadora Casio ClassPad 300 como soporte tecnológico. Presentaron tres experiencias en el desarrollo de cursos en los que la calculadora facilitó el autoaprendizaje de los estudiantes a través de e-activities. La calculadora demostró ser una herramienta valiosa en el proceso de enseñanza-aprendizaje, especialmente para apoyar el trabajo independiente y permitir el desarrollo de habilidades de manera autónoma y creativa. Los estudiantes valoraron la calculadora como un recurso útil que aumentó su motivación y mejoró su desempeño. Los resultados mostraron que aquellos que participaron en estos cursos obtuvieron mejores calificaciones en las evaluaciones académicas.

3.2.1. Motivación

La motivación actúa como una fuerza interna que impulsa, guía y sostiene el esfuerzo continuo, fortaleciendo la perseverancia y el compromiso [45]. Por ello, cuando se pretende transformar la actitud frente a las matemáticas o potenciar el desarrollo de competencias en esta área, es esencial comprender qué factores motivacionales influyen en los adolescentes. Esta comprensión permite diseñar estrategias más efectivas para alcanzar los objetivos educativos. La motivación durante el proceso de aprendizaje es clave, ya que está directamente relacionada con la disposición y capacidad del estudiante para involucrarse en el estudio. Sin este compromiso, el esfuerzo del docente pierde efectividad; en cambio, un estudiante motivado tiende a involucrarse activamente, facilitando así una comprensión profunda y significativa del conocimiento [46].

3.2.2. Calculadora Casio fx 570/991

En este trabajo investigativo, es crucial explorar algunas de las herramientas que ofrece Casio. Una de las herramientas destacadas es la aplicación Casio EDU+, que sirve como un complemento para las calculadoras científicas. Para acceder a sus funciones adicionales, es necesario escanear el código QR desde la calculadora ClassWiz, lo que desbloquea capacidades no disponibles directamente en la calculadora. Entre las principales funciones de Casio EDU+ se incluyen la visualización de gráficos en línea, la capacidad de compartir gráficos y fórmulas entre estudiantes y profesores, y la creación de clases en línea. Esta aplicación complementa la calculadora Casio fx-570/991, permitiendo al profesor observar y gestionar gráficos, tablas y fórmulas en tiempo real. Gracias a Casio EDU+, el profesor puede visualizar en pantalla todos los ejercicios realizados por los estudiantes y compartirlos con el grupo, facilitando así una enseñanza más interactiva y colaborativa [47].

Por otro lado, los emuladores son programas que replican las funciones de las calculadoras científicas y gráficas, permitiendo utilizar todas sus características en una computadora o en un dispositivo móvil. Esto brinda a los docentes la posibilidad de preparar actividades de enseñanza de manera más flexible. Los emuladores son herramientas efectivas para el diseño de actividades de aprendizaje, ya que permiten a los estudiantes realizar y observar operaciones de manera idéntica a como lo harían con una calculadora física. Además, facilitan a los docentes la creación de materiales didácticos para sus clases de matemáticas, potenciando así la preparación y la implementación de recursos educativos [48].

3.3. Metodología

La presente investigación se enmarca dentro del enfoque cuantitativo. Para el tratamiento de los datos se emplean tanto técnicas de estadística descriptiva como inferencial, con el objetivo de caracterizar y analizar las propiedades del conjunto de datos recopilados. El proceso metodológico contempla la recolección y análisis de información numérica, seguido de la interpretación de los resultados y la elaboración de conclusiones fundamentadas. Cabe destacar que la selección de los participantes se realizó mediante un muestreo intencional, atendiendo a criterios previamente establecidos por los investigadores.

3.3.1. Participantes

Los participantes del estudio correspondieron a estudiantes del primer ciclo de las carreras de Ingeniería Ambiental e Ingeniería Agroindustrial de una universidad ecuatoriana, durante el periodo académico 2020-2021. La participación se llevó a cabo de forma voluntaria y garantizando el anonimato de los involucrados. La muestra estuvo compuesta por un total de 63 estudiantes, distribuidos en 30 pertenecientes a la carrera de Ingeniería Ambiental y

33 a Ingeniería Agroindustrial.

3.3.2. Instrumento

Para el desarrollo de esta investigación se empleó la Encuesta de Motivación sobre Materiales Didácticos (EMMD). Este instrumento está compuesto por 36 ítems organizados en una escala tipo Likert de cinco puntos, cuyos valores oscilan entre uno (totalmente en desacuerdo) y cinco (totalmente de acuerdo). Siguiendo el enfoque adoptado por [49], se optó por eliminar la opción neutral (tercer valor de la escala original) con el propósito de incentivar respuestas más definidas por parte de los participantes. La EMMD, diseñada por [50], tiene como finalidad medir el grado de motivación que experimentan los estudiantes frente a un curso o a sesiones en las que se incorporan recursos didácticos innovadores.

El Modelo de Diseño Motivacional ARCS (EMMD) se utiliza para evaluar los componentes motivacionales dentro de los entornos educativos y determinar si una herramienta didáctica logra captar y sostener el interés del estudiante en el proceso de aprendizaje. Esta propuesta teórica ha sido confirmada empíricamente en múltiples estudios (e.g., [51]; [52]; [53]). El modelo organiza la motivación en cuatro dimensiones clave: captar la atención, establecer la relevancia del contenido, generar confianza en la propia capacidad del estudiante y promover la satisfacción con el aprendizaje logrado. Estos cuatro elementos conforman las condiciones esenciales para generar y mantener una motivación genuina hacia el aprendizaje.

El primer componente, denominado atención, hace alusión a cómo los estudiantes responden mentalmente ante los estímulos presentados durante la instrucción; se espera que esta activación cognitiva incremente su disposición para involucrarse activamente en la tarea propuesta. En segundo lugar, la relevancia se refiere al grado en que los contenidos y métodos de enseñanza logran alinearse con las metas personales y académicas del estudiante. Por otro lado, la confianza implica que el estudiante perciba que cuenta con las habilidades necesarias para completar exitosamente las actividades de aprendizaje. Finalmente, la satisfacción alude a las emociones positivas derivadas del proceso educativo, incluyendo el reconocimiento de los logros obtenidos y la experiencia formativa en general.

El instrumento EMMD está estructurado con un total de 36 ítems distribuidos en cuatro dimensiones: 12 ítems abordan la atención, 9 se enfocan en la relevancia, 9 en la confianza y 6 en la satisfacción. Estos ítems se detallan posteriormente en la sección de resultados. Cabe señalar que algunos de los factores incluyen reactivos con redacción inversa: cinco en el caso de atención, cuatro en relevancia y otros cuatro en confianza. Antes de calcular la puntuación global del modelo, es necesario recodificar estas respuestas invertidas de la siguiente manera: una respuesta original de 4 se transforma en 1, 3 en 2, 2 en 3 y 1 en 4. En contraste, el componente de satisfacción no contiene ítems redactados en sentido inverso.

Procedimiento

La aplicación del cuestionario EMMD se realizó a través de un formulario en Google Forms, el cual fue enviado a estudiantes pertenecientes a dos programas académicos distintos. Cada participante contó con un tiempo máximo de 25 minutos para responder las 36 preguntas del instrumento. Para efectos del estudio, se conformaron dos grupos: (1) el grupo experimental, compuesto por 30 estudiantes de la carrera de Ingeniería Ambiental, quienes fueron expuestos a una intervención específica, y (2) el grupo de control, integrado por 33 estudiantes de Ingeniería Agroindustrial, quienes no participaron en dicha intervención.

La investigación se desarrolló en el marco de la asignatura de Álgebra Lineal, dictada en ambos programas bajo condiciones equivalentes: mismos contenidos, docente y estructura de trabajo. El estudio se implementó en el transcurso de 8 sesiones de 120 minutos cada una. En el caso del grupo experimental, se incorporó el uso del emulador de la calculadora científica CASIO fx-570/991 como herramienta didáctica complementaria. Entre los contenidos abordados en el curso se incluyeron matrices, sistemas de ecuaciones lineales, cálculo de determinantes, aplicaciones lineales y espacios vectoriales. Al concluir las ocho sesiones, se procedió a aplicar nuevamente el instrumento EMMD con el fin de evaluar los cambios en la motivación de los estudiantes.

Análisis de los datos

Los análisis estadísticos, tanto descriptivos como inferenciales, se llevaron a cabo mediante el uso combinado de los emuladores de las calculadoras Casio fx-570/991 y Casio fx-CG50, junto con el software estadístico R. Para evaluar la fiabilidad del instrumento EMMD, se examinó la consistencia interna utilizando el coeficiente alfa de Cronbach [54]. En la Tabla 3.1, se presentan los valores de alfa correspondientes al cuestionario en su totalidad y a cada una de sus dimensiones: atención, relevancia, confianza y satisfacción. De acuerdo con los criterios propuestos por [55], la interpretación de este coeficiente se clasifica de la siguiente manera: $\alpha > 0{,}9$ indica una fiabilidad excelente; $\alpha > 0{,}8$, buena; $\alpha > 0{,}7$, aceptable; $\alpha > 0{,}6$, cuestionable; $\alpha > 0{,}5$, deficiente; y $\alpha < 0{,}5$, inaceptable. Los resultados obtenidos indican que el valor global del alfa de Cronbach para la EMMD se encuentra dentro de un rango considerado confiable.

En cuanto a la validez del instrumento, se empleó un Análisis Factorial Exploratorio (AFE). Se aplicaron las pruebas de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) y de Esfericidad de Bartlett (BTS), obteniéndose un valor de $KMO = 0{,}71$ y un nivel de significancia de $p < 0{,}01$. La prueba KMO permite verificar la adecuación muestral para este tipo de análisis, mientras que la BTS comprueba que las correlaciones entre los ítems son lo suficientemente altas como para justificar el análisis factorial. Los factores extraídos explican un 71 % de la varianza total, y las correlaciones ítem-total corregidas oscilaron entre 0.40 y 0.72, lo cual indica que no fue necesario excluir ningún ítem del cuestionario y que la validez del instrumento es satisfactoria.

Adicionalmente, se verificaron los supuestos estadísticos, entre ellos la normalidad de los datos, mediante la aplicación de la prueba de Shapiro-Wilk [56], y la homogeneidad de varianzas a través de la prueba de Bartlett [57].

Tabla 3.1. Coeficientes de alfa de Cronbach.

Factor	GE	GC
Atención	0,83	0,68
Relevancia	0,71	0,67
Confianza	0,81	0,88
Satisfacción	0,79	0,84
EMMD	0,80	0,95

3.4. Resultados

Esta sección presenta los resultados destinados a abordar la pregunta de investigación formulada. Se evaluó la motivación de los estudiantes en dos grupos distintos: el grupo experimental, que empleó la calculadora Casio $fx - 570/991$ como herramienta de apoyo, y el grupo de control, que no utilizó dicha calculadora.

3.4.1. Materiales

En el grupo experimental se implementó el uso del emulador del modelo Casio CLASSWIZ fx-570/991, una herramienta desarrollada por la empresa Casio con el propósito de facilitar el acceso a recursos tecnológicos educativos. Este emulador busca potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje, brindando apoyo tanto a estudiantes como a docentes en la dinámica del aula. El software se encuentra disponible de forma gratuita en el sitio web oficial de Casio.

El modelo fx-570/991 incorpora un total de 552 funciones, lo que lo convierte en un recurso versátil para abordar diversas áreas del conocimiento, entre ellas: Álgebra Lineal, Física, Cálculo Diferencial e Integral, Estadística y Probabilidad, Trigonometría y Matemática Discreta. Aunque no pertenece a la categoría de calculadoras gráficas, incluye una funcionalidad basada en códigos QR que permite visualizar representaciones gráficas en línea, como se ilustra en la Figura 3.1.

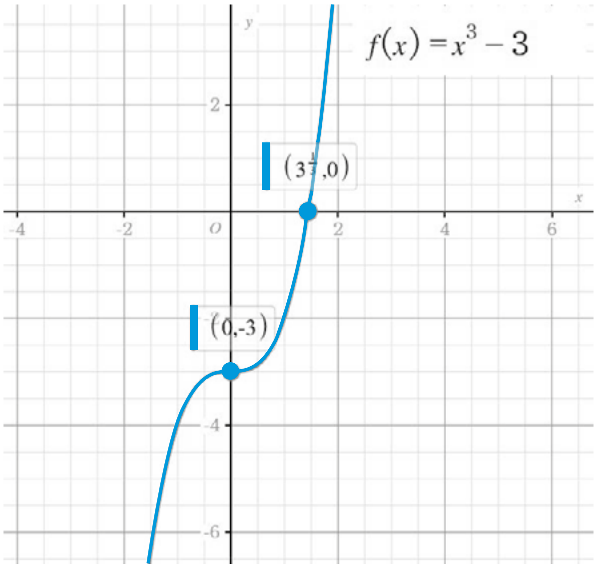


Figura 3.1. Gráfico de una función cúbica generada con la calculadora Casio $fx - 570/991$.

Por otro lado, a continuación se presenta algunos ejemplos utilizados en la clase de Álgebra Lineal tanto en el grupo experimental como en el grupo de control:

1. Tipo de sistema-método gráfico.

   Problema: Estudiar el tipo de sistema utilizando el método gráfico (sistema de 2×2).

   Utilización de la calculadora:

   La Figura 3.2 muestra muestra un ejemplo de un sistema de ecuaciones compatible e indeterminado utilizando las herramientas tecnológicas Casio.

   La Figura 3.2 muestra muestra un ejemplo de un sistema de ecuaciones incompatible utilizando las herramientas tecnológicas Casio.

   Proceso: En el grupo experimental (GE), los estudiantes utilizan la cal-

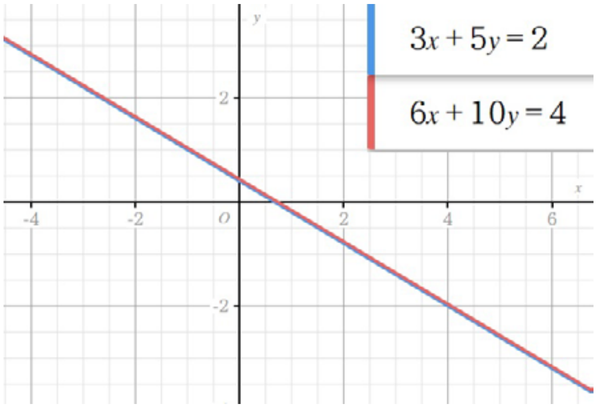


Figura 3.2. Gráfico de un sistema comptible indeterminado.

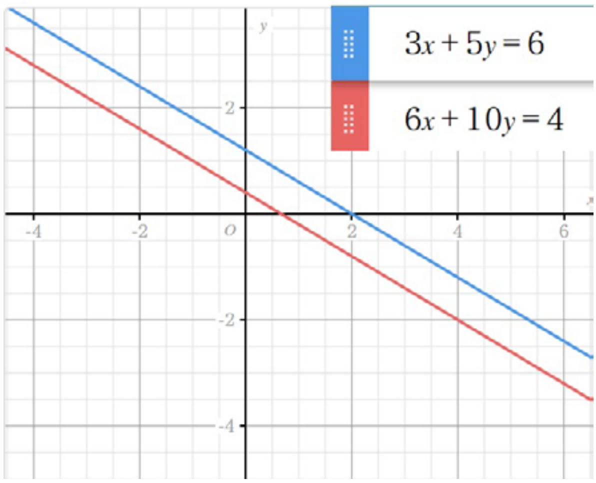


Figura 3.3. Gráfico de un sistema incomptible.

culadora para generar gráficos de sistemas de ecuaciones y analizar sus características. Esta herramienta tecnológica les permite visualizar de manera directa y precisa la representación gráfica de los sistemas, facilitando la identificación de sistemas compatibles indeterminados, entre otros tipos. El uso de la calculadora no solo simplifica el proceso de graficación, sino que también proporciona una mayor comprensión de los conceptos al permitir la manipulación y exploración interactiva de los gráficos. En contraste, los estudiantes del grupo de control (GC) realizan los gráficos manualmente, utilizando métodos tradicionales de dibujo en papel. Este enfoque requiere que los estudiantes apliquen técnicas de graficación a mano, lo que puede resultar en una mayor posibilidad de errores y en una comprensión menos inmediata de la representación gráfica. La ausencia de herramientas tecnológicas en el grupo de control puede limitar la rapidez y precisión en el análisis de los sistemas, haciendo que el proceso de interpretación de los resultados sea más laborioso y menos intuitivo.

2. Tipo de sistema-Teorema de Rouché-Frobenius. Problema: Estudiarel-tipo de sistema utilizando el teorema de Rouché-Frobenius(sistema de 3×3).

   Utilización de la calculadora:

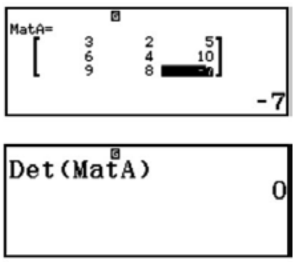
   

   Figura 3.4. Teorema de Rouché-Frobenius.

   La Figura 3.4 se muestra la aplicación del teorema de Rouché-Frobenius para un sistema de ecuaciones de 3×3 utilizando la calculadora.

   Proceso: Los estudiantes del grupo experimental (GE) analizan el rango de la matriz utilizando la calculadora, específicamente mediante el cálculo de determinantes. Esta herramienta les permite realizar cálculos rápidos y precisos, facilitando la determinación del rango de manera eficiente.

   En contraste, los estudiantes del grupo de control (GC) llevan a cabo este análisis de manera manual, utilizando métodos tradicionales como el cálculo de determinantes a mano o el método de eliminación de Gauss. Este enfoque requiere más tiempo y esfuerzo, y puede ser más propenso a errores, ya que los cálculos se realizan sin el apoyo de herramientas tecnológicas.

3. Rango de una matriz.

   Problema: Estudiar los valores de x para que la matriz tenga un rango de 3, ver Figura 3.5.

$$\begin{bmatrix} 2 & x & 6 \\ 4 & 2 & 12 \\ 5 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

Figura 3.5. Matriz.

   Utilización de la calculadora:

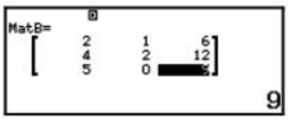


Figura 3.6. Resultado.

   Proceso:

   Los estudiantes del grupo experimental (GE) y del grupo de control (GC) resuelven el problema manualmente. Sin embargo, los estudiantes del GE utilizan la calculadora para analizar y discutir los resultados en función de x. Esta herramienta les permite explorar diferentes escenarios y verificar la precisión de sus soluciones de manera más eficiente, facilitando la interpretación y el análisis de los resultados. En contraste, los estudiantes del GC dependen exclusivamente de métodos manuales para resolver el problema y analizar los resultados, lo que puede limitar la rapidez y precisión del proceso.

4. Matriz inversa.

   Problema: Estudiar los valores de a y b para que la matriz sea invertible.

$$\begin{bmatrix} 9 & a & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & b & 8 \end{bmatrix}$$

Figura 3.7. Matriz para invertir.

Utilización de la calculadora:

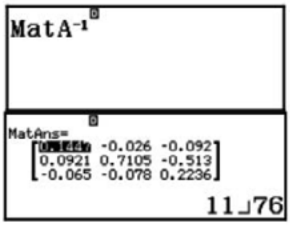


Figura 3.8. Matriz invertida.

Los estudiantes del grupo experimental (GE) y del grupo de control (GC) resuelven el problema manualmente. Sin embargo, los estudiantes del GE utilizan la calculadora para analizar y discutir los resultados en función de a y b. Esta herramienta les permite explorar de manera más eficiente cómo los cambios en los valores de a y b afectan los resultados del problema, facilitando una comprensión más profunda y detallada de las soluciones. En contraste, los estudiantes del GC realizan todos los cálculos manualmente, lo que puede restringir la rapidez y precisión del análisis.

5. Espacios vectoriales 1.

Problema: Determinar si el vector es linealmente dependiente o independiente $(1,2,4),(4,7,8),(3,2,5)$.

Los estudiantes del grupo experimental (GE) utilizan el emulador de la calculadora para estudiar la linealidad y/o dependencia de los vectores. Este recurso tecnológico les permite verificar de manera rápida y precisa si un conjunto de vectores es linealmente dependiente o independiente, facilitando el análisis de los resultados. En cambio, los estudiantes del grupo de control (GC) realizan este análisis de forma manual, utilizando métodos tradicionales como el cálculo de combinaciones lineales o determinantes, lo que puede ser más laborioso y propenso a errores.

6. Espacios vectoriales 2.

   Problema: Para que valores de r el conjuntode vectores es una base de R3 $(0, r, 1), (1, 2, r), (r, -1, 1)$

   Los estudiantes del grupo experimental (GE) y del grupo de control (GC) resuelven el problema manualmente. Sin embargo, los estudiantes del GE utilizan la calculadora para discutir y analizar los resultados en función de r. Esto les permite explorar de manera más eficiente cómo varía el resultado con diferentes valores de r, proporcionando una comprensión más profunda y detallada del problema. En contraste, los estudiantes del GC deben realizar todos los cálculos y análisis manualmente, lo que puede limitar la rapidez y precisión en el proceso de interpretación de los resultados.

3.4.2. Motivación de los estudiantes

En esta sección se examina el nivel de motivación estudiantil a partir del cálculo de medias y desviaciones estándar correspondientes a las puntuaciones obtenidas en cada uno de los cuatro factores evaluados por el EMMD, tanto para el grupo experimental (GE) como para el grupo de control (GC). Para ello, se agruparon y procesaron las respuestas según las dimensiones del modelo atención, relevancia, confianza y satisfacción y también se realizó un análisis global, con el objetivo de ofrecer una perspectiva más completa sobre el grado de motivación presente en ambos grupos.

Factor atención

La Tabla 3.2 muestra la media (x) y la desviación estándar (σ) de las puntuaciones otorgadas por los estudiantes a las preguntas correspondientes al factor atención. En el grupo experimental (GE), la puntuación más alta se obtuvo en la pregunta 24 (aprendí algunas cosas que fueron sorprendentes o inesperadas), con una media de 3,21. En el grupo de control (GC), la puntuación más alta se alcanzó en la pregunta 17 (la forma en que se organiza la información ayudó a mantener mi atención), con una media de 2,88. El promedio obtenido al responder todas las preguntas de este factor fue de 3,04 en el GE y 2,73 en el GC, respectivamente.

Tabla 3.2. Media aritmética y desviación estándar del factor atención.

No	Pregunta	GE		GC	
		x	SD	x	SD
2	Hubo algo interesante al comienzo de este curso que me llamó la atención.	2.83	0.45	2.81	0.57
8	Estos materiales son llamativos.	2.80	0.64	2.69	0.45
11	La calidad de los recursos didácticos ayudó a mantener mi atención.	3.20	0.74	2.64	0.52
12R	Este curso es tan abstracto que fue difícil mantener mi atención en él.	2.97	0.54	2.63	0.45
15R	El texto y las actividades de este curso parecen poco atractivos.	3.07	0.72	2.72	0.60
17	La forma en que se organiza la información ayudó a mantener mi atención.	3.00	0.57	2.88	0.44
20	Este curso tiene cosas que estimularon mi curiosidad.	3.10	0.78	2.69	0.40
22R	La cantidad de repeticiones en este curso me hizo aburrirme a veces.	3.23	0.66	2.81	0.67
24	Aprendí algunas cosas que fueron sorprendentes o inesperado.	3.21	0.74	2.84	0.38
28	La variedad de ejercicios, ilustraciones, etc., ayudó a mantener mi atención en el curso.	2.83	0.68	2.63	0.49
29R	El estilo de presentación del curso es aburrido.	3.13	0.66	2.75	0.54
31R	Hay tanta información en el curso que es aburrido.	3.16	0.73	2.60	0.42

Por otro lado, la Figura 3.9 presenta los diagramas de caja y bigotes de las puntuaciones totales obtenidas por los estudiantes del grupo experimental (GE) y del grupo de control (GC). Este tipo de diagrama es útil para visualizar la distribución de los datos, ya que permite identificar el primer y tercer cuartil, así como la mediana, representada por una línea horizontal dentro de la caja. Los bigotes del diagrama se extienden desde la caja hasta los valores máximos y mínimos, proporcionando una visión clara de la variabilidad de las puntuaciones. En este caso, se muestran dos diagramas separados: uno correspondiente a las puntuaciones del GE y otro a las puntuaciones del GC, lo que facilita la comparación entre ambos grupos.

Además, en la Figura 3.9 se puede apreciar una notable diferencia en las puntuaciones obtenidas por los estudiantes de los grupos experimental (GE) y de control (GC). Las puntuaciones del GE son significativamente superiores, indicando un rendimiento académico más alto. Específicamente, en el GE, el 25 % de los estudiantes obtuvo puntuaciones inferiores a 2,75 (primer cuartil, Q1), mientras que la mediana (Q2) se sitúa en 3,25, lo que significa que el 50 % de los estudiantes superó esta puntuación. En contraste, en el GC, el 25 % de los estudiantes registró puntuaciones por debajo de 2,58, y la mediana fue de 2,75. Estos datos reflejan una mayor dispersión y menores puntuaciones en el GC, sugiriendo una menor efectividad en las intervenciones educativas aplicadas a este grupo. La comparación entre los dos grupos resalta la eficacia de las estrategias implementadas en el GE, que han resultado en un mejor desempeño académico en comparación con el GC.

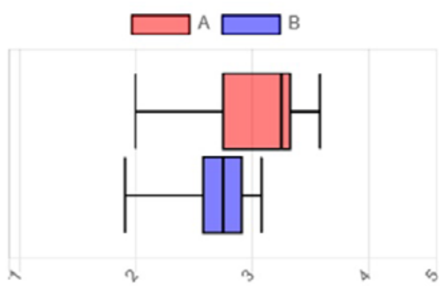


Figura 3.9. Puntuaciones totales del factor atención por grupo (A: GE, B: GC).

Además, se llevó a cabo un análisis estadístico para determinar si existían diferencias significativas entre las medias de las puntuaciones obtenidas por los grupos experimental (GE) y de control (GC). Para este propósito, se utilizó el test t de Student para muestras independientes, aplicando una prueba de dos colas con un nivel de significación del 5 % ($\alpha = 0{,}05$). El resultado del test estadístico arrojó un valor de $p < 0{,}001$, lo que indica que las diferencias entre las medias de los dos grupos son estadísticamente significativas. Específicamente, los estudiantes del GE obtuvieron una media de puntuación superior a la del GC, lo que sugiere que las intervenciones educativas implementadas en el GE fueron más efectivas en mejorar el factor de atención. Este hallazgo refuerza la evidencia de un mejor rendimiento académico en el GE comparado con el GC.

Factor relevancia

De forma análoga, la Tabla 3.3 muestra las medias y desviaciones estándar asociadas al factor de relevancia. En el grupo experimental (GE), la mayor puntuación se obtuvo en la pregunta 23, la cual evaluaba la impresión que causan el contenido y el estilo de redacción del curso (enunciado: el contenido y el estilo de redacción de este curso transmiten la impresión de que vale la pena conocer su contenido), con una media de 2,90. Por otro lado, en el grupo de control (GC), el valor más alto correspondió a la pregunta 18, que medía la importancia personal de lograr el éxito en el semestre (enunciado: completar este semestre con éxito fue importante para mí), con una media de 2,75. El promedio total de esta dimensión fue de 2,77 para el GE y de 2,70 para el GC, lo cual indica una percepción levemente más favorable respecto a la relevancia del curso en el grupo experimental en comparación con el grupo de control.

Tabla 3.3. Media aritmética y desviación estándar del factor relevancia.

No	Pregunta	GE		GC	
		x	SD	x	SD
6	Me queda claro cómo el contenido de este material se relaciona con cosas que ya sé..	2.83	0.37	2.63	0.59
9	Hubo actividades que pude relacionar con ejemplos de la vida real.	2.76	0.42	2.68	0.44
10	Completar este bimestre con éxito fue importante para mí.	2.86	0.49	2.75	0.42
16	El contenido de este material es relevante para mis intereses.	2.66	0.53	2.67	0.50
18	Hay explicaciones o ejemplos de cómo las personas usan el conocimiento en este curso para aplicaciones de la vida real.	2.80	0.47	2.73	0.67
23	El contenido y el estilo de redacción de este curso transmiten la impresión de que vale la pena conocer su contenido.	2.90	0.54	2.74	0.41
26R	Este curso no era relevante para mis necesidades porque ya sabía la mayor parte.	2.83	0.68	2.65	0.45
30	Podría relacionar el contenido de este curso con cosas que he visto, hecho o pensado en mi propia vida.	2.80	0.47	2.72	0.44
33	El contenido de este curso me será de utilidad.	2.63	0.48	2.66	0.47

La Figura 3.10 ilustra que las puntuaciones obtenidas por el estudiantado del grupo experimental (GE) son levemente superiores a las del grupo de control (GC). En el GE, el 25 % de los estudiantes obtuvo puntuaciones inferiores a 2,56 (primer cuartil, Q1), mientras que el 50 % de los estudiantes alcanzó puntuaciones inferiores a 2,78 (mediana, Q2). En contraste, en el GC, el 25 % de los estudiantes registró puntuaciones por debajo de 2,44, y la mediana fue de 2,67. Estos datos sugieren una ligera ventaja en las puntuaciones del GE, lo que podría indicar una mayor efectividad de las estrategias o intervenciones aplicadas en este grupo en comparación con el GC. La diferencia, aunque pequeña, apunta a una percepción o rendimiento marginalmente mejor en el GE.

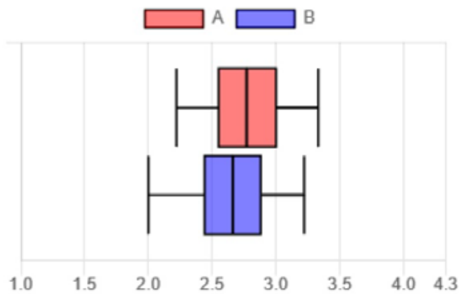


Figura 3.10. Puntuaciones totales del factor relevancia por grupo (A: GE, B: GC.)

Además, se aplicó la prueba t de Student para determinar si había diferencias significativas entre las medias de los dos grupos (GE y GC) en este factor. El análisis arrojó un valor de $p = 0{,}13$, lo que indica que no se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre las medias de las puntuaciones de los dos grupos. Este resultado sugiere que, a pesar de las ligeras variaciones observadas en las puntuaciones, no hay evidencia suficiente para concluir que uno de los grupos tenga un desempeño significativamente diferente al otro en relación con este factor específico.

Factor confianza

Por otra parte, la Tabla 3.4 presenta la media y la desviación estándar correspondientes al factor de confianza. En el grupo experimental (GE), la puntuación más alta se alcanzó en la pregunta 35, que evaluaba la seguridad del estudiante respecto al aprendizaje del material debido a la buena organización del contenido (enunciado: la buena organización del contenido me ayudó a estar seguro de que aprendería este material), con una media de 3,24. En el grupo de control (GC), la puntuación máxima se obtuvo en la pregunta 4, que medía la seguridad del estudiante después de la sesión introductoria (enunciado: después de la sesión introductoria, me sentí seguro de saber lo que se suponía que debía aprender de este curso), con una media de 2,79. El puntaje promedio de todas las preguntas de este factor fue de 3,18 en el GE y 2,58 en el GC. Estos resultados indican que los estudiantes del GE se sintieron más seguros en su aprendizaje y comprensión del material, lo cual podría reflejar una mejor organización y claridad en la presentación del contenido en este grupo en comparación con el GC.

Tabla 3.4. Media aritmética y desviación estándar del factor confianza.

No	Pregunta	GE		GC	
		x	SD	x	SD
1	Después de la primera sesión del curso, tuve la impresión de que me resultaría fácil.	3.00	0.63	2.52	0.55
3R	Este material fue más difícil de entender de lo que me gustaría que fuera.	3.33	0.69	2.53	0.65
4	Después de la sesión introductoria, me sentí seguro desaber lo que se suponía que debía aprender de este curso.	3.20	0.47	2.79	0.63
7R	Muchas de las tareas tenían tanta información que era difícil distinguir y recordar lo importante puntos.	3.10	0.65	2.68	0.64
13	Mientras trabajaba en este curso, confiaba en poder aprender el contenido.	3.03	0.48	2.70	0.52
9R	Los ejercicios de este curso fueron demasiado difíciles.	3.17	0.63	2.61	0.48
25	Después de trabajar en este curso durante un tiempo, estaba seguro de que podría aprobar un examen.	3.23	0.61	2.55	0.55
34R	Realmente no pude entender bastante del material de este curso.	3.30	0.73	2.39	0.64
35	La buena organización del contenido me ayudó a estar seguro de que aprendería este material.	3.24	0.61	2.48	0.70

La Figura 3.11 muestra las puntuaciones obtenidas por el estudiantado de los grupos experimental (GE) y de control (GC). Se observa que las puntuaciones del GE son claramente superiores a las del GC. En el GE, el 25 % de los estudiantes obtuvo puntuaciones inferiores a 3,11 (primer cuartil, Q1) y el 50 % de los estudiantes tuvo puntuaciones inferiores a 3,22 (mediana, Q2). En contraste, en el GC, el 50 % de los estudiantes obtuvo puntuaciones inferiores a 2,56 (mediana, Q2), y el 25 % registró puntuaciones inferiores a 2,44 (primer cuartil, Q1). Estos resultados subrayan una diferencia notable en el rendimiento entre los dos grupos, con el GE mostrando una ventaja considerable en las puntuaciones, lo que puede indicar un mayor nivel de confianza o competencia percibida por los estudiantes de este grupo.

Figura 3.11. Puntuaciones totales del factor confianza por grupo (A: GE, B: GC).

Considerando el valor de p obtenido del test estadístico, que es $p < 0{,}001$, se concluye que existen diferencias significativas entre las medias de los dos grupos (GE y GC) en el factor de confianza. Este resultado indica que los estudiantes del GE obtienen una media significativamente mayor en comparación con los estudiantes del GC. Esto sugiere que los estudiantes del GE experimentan un mayor nivel de confianza respecto al contenido del curso, lo que podría reflejar una mejor percepción de la organización y efectividad del material presentado en el grupo experimental.

Factor satisfacción

La Tabla 3.5 presenta la media y la desviación estándar correspondientes al factor de satisfacción. En el grupo experimental (GE), la puntuación más alta se obtuvo en la pregunta 32, que evaluaba el sentimiento de éxito al completar el curso (enunciado: me sentí bien completar con éxito este curso), con una media de 3,13. De manera similar, en el GE, la segunda puntuación más alta se registró en la pregunta 21, que medía el disfrute del curso (enunciado: realmente disfruté asistiendo a este curso), con una media de 2,61. El puntaje promedio para todas las preguntas de este factor fue de 3,09 en el GE y 2,66 en el grupo de control (GC). Estos resultados reflejan una mayor satisfacción general entre los estudiantes del GE en comparación con los del GC, sugiriendo una experiencia más positiva y gratificante en el grupo experimental.

Tabla 3.5. Media aritmética y desviación estándar del factor satisfacción.

No	Pregunta	GE		GC	
		x	SD	x	SD
5	Completar los ejercicios de cada sesión me dio un sentimiento satisfactorio de logro.	3.07	0.35	2.53	0.56
14	Disfruté tanto este curso que me gustaría saber más sobre este tema.	3.13	0.49	2.45	0.66
21	Realmente disfruté asistiendo a este curso.	3.03	0.54	2.63	0.54
27	La redacción de la retroalimentación después de los ejercicios, o de otros comentarios en este curso, me ayudó a sentirme recompensada por mi esfuerzo.	3.10	0.39	2.55	0.60
32	Se sintió bien completar con éxito este curso.	3.13	0.48	2.61	0.48
36	Fue un placer trabajar en un curso tan bien diseñado.	3.10	0.47	2.58	0.49

En la Figura 3.12 se observa que las puntuaciones obtenidas por el estudiantado del grupo experimental (GE) son claramente superiores a las del grupo de control (GC). En el GE, el 25 % de los estudiantes obtuvo puntuaciones inferiores a 2,83 (primer cuartil, Q1) y el 50 % obtuvo puntuaciones inferiores a 3,16 (mediana, Q2). En contraste, en el GC, el 50 % de los estudiantes obtuvo puntuaciones inferiores a 2,50, con el primer cuartil y la mediana coincidiendo en este valor. Estos datos destacan una diferencia notable en el rendimiento entre los dos grupos, con el GE mostrando puntuaciones más altas en general, lo que sugiere una mayor satisfacción general en el grupo experimental en comparación con el grupo de control.

Figura 3.12. Puntuaciones totales del factor satisfacción por grupo (A: GE, B: GC).

Considerando el valor de p obtenido del test estadístico, que es $p < 0{,}01$, se concluye que existen diferencias significativas entre las medias del factor de satisfacción entre el grupo experimental (GE) y el grupo de control (GC). Este valor indica que los estudiantes del GE obtienen una media significativamente mayor en comparación con los estudiantes del GC. En otras palabras, los estudiantes del GE reportaron un nivel de satisfacción más alto que sus compañeros del GC, lo que sugiere una experiencia más positiva en el grupo experimental.

Factor motivación

Finalmente, se analizaron los resultados de la escala de motivación de los estudiantes en ambos grupos. La Figura 3.13 muestra que las puntuaciones obtenidas por el estudiantado del grupo experimental (GE) son claramente superiores a las del grupo de control (GC). En el análisis se consideraron los cinco factores de motivación de manera conjunta para verificar si existían diferencias significativas entre las medias aritméticas de los dos grupos. El valor de p obtenido del test estadístico, que es $p < 0{,}01$, indica que hay diferencias significativas en la media de motivación entre el GE y el GC. Específicamente, los estudiantes del GE obtuvieron una media significativamente mayor en comparación con los estudiantes del GC, lo que sugiere un nivel de motivación superior en el grupo experimental.

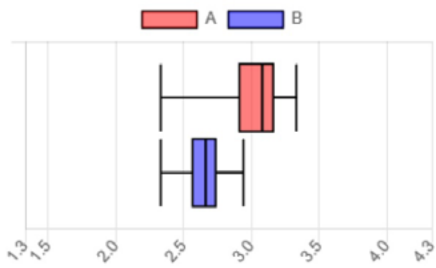


Figura 3.13. Puntuaciones totales de la motivación por grupo (A: GE, B: GC).

3.5. Conclusiones

Esta investigación analiza cómo la incorporación de la calculadora Casio $fx - 570/991$ influye en la motivación de los estudiantes durante el aprendizaje de Álgebra Lineal. En esta sección se presentan las conclusiones derivadas del análisis de cada uno de los factores de la Escala de Motivación de los Estudiantes (EMMD). Los resultados muestran que los estudiantes del grupo experimental reportaron puntajes elevados en la mayoría de las preguntas, lo que refleja un alto nivel de motivación al usar esta calculadora en la asignatura. Destacan especialmente las altas calificaciones en los factores de confianza y satisfacción. Según [58], una puntuación elevada en satisfacción indica que los estudiantes perciben que el aprendizaje logrado es una recompensa justa por el esfuerzo realizado, resaltando la importancia de este aspecto en el proceso educativo.

En contraste, el factor relevancia mostró las puntuaciones más bajas dentro del grupo experimental, lo que sugiere que el docente podría reevaluar las actividades planteadas, pues una posible causa de esta percepción es la dificultad de los ejercicios. En términos generales, las diferencias entre las medias de los grupos experimental y control resultaron estadísticamente significativas. En particular, los factores confianza, atención y satisfacción presentaron diferencias notables, favoreciendo al grupo experimental. Sin embargo, en relevancia no se observaron diferencias significativas, indicando respuestas similares en ambos grupos para este aspecto.

Por lo tanto, se puede concluir que los estudiantes que utilizaron la calculadora Casio $fx - 570/991$ mostraron una motivación superior frente a quienes no la usaron. Estos hallazgos respaldan las afirmaciones de [59], quienes señalan que el disfrute en las matemáticas incrementa la motivación intrínseca y conduce a mejores resultados académicos. Asimismo, concuerdan con la perspectiva de [44], que plantean la calculadora no solo como una herramienta de cálculo, sino como un recurso didáctico integral que facilita el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Considerando los resultados obtenidos en el grupo control en la EMMD y sus factores, esta investigación destaca la necesidad de incorporar herramientas tecnológicas efectivas en la enseñanza de Álgebra Lineal. Se recomienda la integración del uso de la calculadora Casio $fx - 570/991$ como apoyo para el análisis de problemas y ejercicios, promoviendo sesiones de aprendizaje innovadoras que aprovechen estos recursos tecnológicos. Además, esta calculadora se presenta como un valioso apoyo para el trabajo autónomo, favoreciendo el desarrollo de habilidades creativas e independientes [44].

Una posible línea futura de investigación consiste en asignar a un grupo de estudiantes el uso de la calculadora Casio $fx - 570/991$ durante la asignatura, manteniendo un grupo control sin esta herramienta, con el fin de evaluar diferencias en el rendimiento académico y la motivación. Este diseño permitiría medir con mayor precisión el efecto de la calculadora en ambos aspectos dentro del contexto del aprendizaje de Álgebra Lineal.

Capítulo 4

El uso de la calculadora en la asignatura de Probabilidad y Estadística

Esta investigación tuvo como objetivo analizar el impacto del uso de calculadoras en los niveles de ansiedad que experimentan los estudiantes durante el estudio de Probabilidad y Estadística. El estudio se desarrolló con una muestra de 30 estudiantes pertenecientes a la carrera de Ingeniería, quienes fueron organizados en dos grupos equitativos de 15 integrantes cada uno. Para evaluar la ansiedad matemática, se aplicaron los ítems correspondientes al Factor de Ansiedad de la Escala de Actitud hacia las Matemáticas.

Uno de los grupos empleó la calculadora científica CASIO fx 991 durante las sesiones prácticas, mientras que el otro grupo trabajó sin apoyo de recursos tecnológicos. Los datos obtenidos evidencian que quienes utilizaron la calculadora presentaron menores niveles de ansiedad y cometieron una menor cantidad de errores en la resolución de ejercicios, en comparación con quienes no hicieron uso de dicha herramienta.

A partir de estos resultados, se sugiere que el profesorado promueva activamente la incorporación de la calculadora en las clases. Esta práctica podría no solo reducir la ansiedad relacionada con el manejo de conceptos estadísticos, sino también favorecer una mayor exactitud en los procedimientos y fortalecer la seguridad de los estudiantes al enfrentarse a tareas numéricas complejas, lo cual repercutiría positivamente en su comprensión y desempeño académico.

4.1. Introducción

El aprendizaje de Probabilidad y Estadística representa un componente fundamental en la preparación académica tanto de estudiantes de nivel medio como universitario, debido a su relevancia en contextos investigativos y en el ejercicio profesional posterior. Esta disciplina no solo permite interpretar y organizar información cuantitativa, sino que también fortalece la capacidad de razonar y decidir con base en evidencia, siendo aplicable en múltiples áreas del conocimiento como la ingeniería, las ciencias sociales y la economía.

No obstante, uno de los desafíos que inquieta al cuerpo docente es que una proporción significativa del alumnado ingresa a la universidad sin haber cultivado adecuadamente competencias fundamentales relacionadas con el pensamiento probabilístico, el análisis crítico y las actitudes positivas hacia esta área, lo que limita su capacidad para consolidar una formación académica sólida en este campo. Esta falta de preparación previa se refleja en una comprensión superficial de los conceptos estadísticos y una ansiedad notable frente a la resolución de problemas complejos, lo que puede afectar negativamente su rendimiento académico y su confianza en la materia.

Además, diversos estudios [60] han indicado que los estudiantes de ingeniería no han sido confrontados con una enseñanza de la Probabilidad que valore e integre creativamente las intuiciones probabilísticas. Esta carencia en la formación educativa temprana significa que los métodos tradicionales de enseñanza no han logrado conectar adecuadamente los conceptos teóricos con aplicaciones prácticas que sean relevantes y significativas para los estudiantes. En consecuencia, muchos estudiantes perciben la Probabilidad y Estadística como abstractas y desconectadas de su futura práctica profesional.

Para abordar estas preocupaciones, es crucial que los programas de enseñanza en las universidades adopten enfoques pedagógicos que no solo impartan conocimientos teóricos, sino que también desarrollen habilidades prácticas y fomenten una actitud positiva hacia la materia. La integración de herramientas tecnológicas, como calculadoras avanzadas y software estadístico, puede ser una estrategia efectiva para reducir la ansiedad y mejorar la comprensión conceptual. Además, es esencial que los docentes promuevan un ambiente de aprendizaje que valore la creatividad y las intuiciones probabilísticas, permitiendo a los estudiantes explorar y aplicar conceptos estadísticos en contextos reales y significativos.

Nuevas evidencias muestran cómo la ansiedad matemática y la ansiedad hacia la estadística se relacionan con el rendimiento y las actitudes, y cómo las intervenciones tecnológicas e incluso basadas en IA pueden mitigar estos efectos ([61], [62], [63]). Es por eso que resulta fundamental comprender el concepto de ansiedad matemática, entendida como un conjunto de emociones negativas como miedo, tensión y malestar físico que se experimentan al enfrentarse a tareas numéricas o al estudiar contenidos matemáticos [64]. En el ámbito específico de la Probabilidad y Estadística, esta se manifiesta como una respuesta emocional adversa que se desencadena al cursar asignaturas relacionadas o al participar en actividades como la recolección, análisis e interpretación de datos [65]. Esta forma de ansiedad puede incidir de manera perjudicial tanto en el desempeño académico como en el bienestar psicológico y fisiológico del estudiante; sin embargo, se ha observado que niveles moderados pueden actuar como un estímulo que favorece un mejor rendimiento [66].

Es relevante destacar el papel favorable que desempeña la tecnología en los procesos educativos, particularmente en esta investigación, donde se analiza el uso de la calculadora como recurso didáctico. Esta herramienta se ha consolidado como un apoyo eficaz en la formación académica, ya que promueve el desarrollo de competencias de manera autónoma y creativa, especialmente en el trabajo independiente del estudiante. Además, su utilización facilita la exploración y gestión de datos, fortaleciendo la capacidad analítica del alumnado [47]. Desde la perspectiva estudiantil, la calculadora representa un recurso valioso que potencia el aprendizaje y estimula la motivación personal, al hacer más accesibles y comprensibles los contenidos matemáticos [44]. En consecuencia, incorporar la calculadora en la enseñanza de Probabilidad y Estadística podría contribuir significativamente a reducir la ansiedad asociada con la asignatura, al influir positivamente en la dimensión afectiva del aprendizaje [67].

4.1.1. Pregunta de investigación

En función de los objetivos planteados, la investigación busca responder a las siguientes interrogantes: 1) ¿Qué nivel de ansiedad presentan los estudiantes que cursan la asignatura de Probabilidad y Estadística? y 2) ¿La incorporación de la calculadora en el proceso de aprendizaje contribuye a disminuir dicha ansiedad en los estudiantes durante el estudio de esta materia?

4.2. Revisión de la literatura

Resulta pertinente examinar algunas de las herramientas tecnológicas desarrolladas por Casio, las cuales ofrecen nuevas posibilidades en el ámbito educativo. Entre ellas, Casio EDU+ se destaca por transformar las dinámicas tradicionales del aula, al fomentar en los estudiantes una actitud investigativa y creativa mediante guías estructuradas y actividades con instrucciones precisas. Esta plataforma también promueve la capacidad de observación, análisis crítico y toma de decisiones, al permitir el uso de múltiples estrategias para interpretar resultados. En particular, los investigadores centraron su atención en el uso de la calculadora gráfica CG50, cuya implementación evidenció mejoras significativas en la comprensión conceptual y el desempeño académico de los estudiantes en los temas relacionados con Probabilidad y Estadística.

En la investigación realizada por [68], se analizó el impacto del uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el desempeño académico de los estudiantes que cursan Matemáticas Financieras, enfocándose particularmente en la enseñanza de la Regla de Bayes o Teorema de Bayes. Los resultados del estudio evidenciaron que el acceso y la implementación de herramientas tecnológicas en el entorno de aprendizaje contribuyen de manera positiva al rendimiento académico, superando significativamente al de aquellos estudiantes que no emplean dichos recursos en el aula.

Asimismo, [69] incorporó el uso de tecnologías digitales siguiendo el modelo propuesto por Pluvinage, el cual se estructura en tres fases: nivel de entrada, nivel de exploración y nivel de estudio matemático. La integración de herramientas tecnológicas resultó ser clave en la implementación efectiva de cada uno de estos niveles, especialmente en la resolución de problemas matemáticos. Según el autor, este enfoque metodológico constituye una base sólida para abordar el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, gracias a los múltiples sistemas de representación que estas tecnologías permiten utilizar. Dichas herramientas enriquecen el proceso didáctico al facilitar la conexión entre los entornos visuales y numéricos, generando una experiencia de aprendizaje más coherente y significativa.

Lazarte et al. [70] propusieron una metodología gamificada que integra la tecnología para diseñar estrategias pedagógicas adaptadas a las diversas modalidades de aprendizaje presentes en la asignatura de Probabilidad y Estadística. Esta innovadora propuesta genera un entorno educativo significativo, interactivo y motivador, que no solo incrementa la participación y el interés de los estudiantes, sino que también promueve la competitividad saludable, la autorregulación y la autonomía en el aprendizaje. Al combinar elementos lúdicos con recursos tecnológicos, se consigue un enfoque más dinámico y atractivo que favorece la mejora en el rendimiento académico. Los retos que surgen durante la adopción de estas estrategias pueden transformarse en oportunidades de crecimiento profesional, siempre que los docentes se mantengan actualizados en el manejo de las TIC, capitalizando el potencial que estas herramientas brindan para revolucionar el proceso educativo.

En una investigación más reciente [71], se emplearon estrategias de enseñanza-aprendizaje innovadoras, como el Mobile-learning y el uso de software matemático, para desarrollar competencias en estudiantes de bachillerato. El autor informó que todos los estudiantes consideraron que la aplicación del software facilitó significativamente el desarrollo de los temas del programa de estudio. La integración de estas estrategias tecnológicas permitió que las matemáticas se conectaran con situaciones de la vida cotidiana, haciéndolas más comprensibles y relevantes para los estudiantes. Además, la aplicación de estas herramientas tecnológicas redujo el tiempo dedicado a realizar actividades aritméticas operativas, permitiendo a los estudiantes enfocar su tiempo en el desarrollo de competencias más avanzadas, como el análisis de las variables involucradas y la argumentación de respuestas mediante métodos gráficos. Los estudiantes también lograron resolver problemas matemáticos de manera algebraica y visual, y se sintieron capacitados para cuestionar y explorar casos más complejos, promoviendo una comprensión más profunda y crítica de los conceptos matemáticos.

4.3. Metodología

4.3.1. Participantes

Los participantes de este estudio fueron estudiantes de primer año de Ingeniería de educación superior en Ecuador, correspondientes al segundo periodo académico de 2021. La participación fue voluntaria y anónima. La muestra del estudio consistió en un total de 30 estudiantes, todos de aproximadamente 18 a 20 años de edad. Para el análisis, se crearon dos grupos aleatorios, cada uno compuesto por 15 estudiantes. Este diseño permitió comparar el impacto de las intervenciones de manera controlada y significativa.

4.3.2. Instrumentos

En esta investigación se emplea un factor del instrumento de la Escala de Actitud hacia las Matemáticas desarrollada por Auzmendi [72]. Específicamente, se selecciona el Factor de Ansiedad, que mide la intensidad de la ansiedad experimentada por los estudiantes en relación con las matemáticas. Este factor es fundamental para evaluar cómo las herramientas y métodos de enseñanza afectan la percepción y el nivel de ansiedad de los estudiantes en la asignatura de Probabilidad y Estadística.

La Escala de Actitud hacia las Matemáticas (EAM) es una herramienta diseñada para evaluar de manera detallada las disposiciones y sentimientos de los estudiantes frente a las matemáticas, identificando los factores más relevantes para su análisis [72]. Esta escala está compuesta por 25 afirmaciones, las cuales se valoran mediante una escala Likert de cinco puntos, donde uno indica desacuerdo total y cinco acuerdo total. Siguiendo el criterio de investigaciones previas [49]; [73], en la versión aplicada se suprimió el valor central de la escala con el fin de incentivar respuestas más definidas por parte de los participantes, eliminando así la opción neutral.

La EAM establece cinco factores principales: agrado, ansiedad, motivación, utilidad y confianza. En esta investigación, se enfoca en el Factor Ansiedad, adaptando las preguntas específicamente para la asignatura de Probabilidad y Estadística, como se ha hecho en estudios previos [74]. Además, cinco de los ítems del Factor Ansiedad tienen un puntaje inverso (ítems 1, 3, 5, 7, 9). Esto significa que las respuestas correspondientes a estos ítems se invierten antes de calcular el puntaje total del Factor Ansiedad, para asegurar una interpretación precisa de la ansiedad matemática. La Tabla I presenta los ítems específicos del Factor Ansiedad utilizados en esta investigación. Las preguntas se presenta en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Medias y desviación estándar de cada ítemdel G1 y G2.

No	Pregunta
1R	La asignatura de Probabilidad y Estadística se me da bastante mal.
2	Estudiar o trabajar con Probabilidad y Estadística es una de las asignaturas que más temo.
3R	La Probabilidad y Estadística es una de las asignaturas que más temo.
4	Tengo confianza en mí mismo/ a cuando enfrento a un problema de Probabilidad y Estadística.
5R	Cuando me enfrento a un problema de Probabilidad y Estadística me siento incapaz de pensar con claridad.
6	Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de Probabilidad y Estadística.
7R	Trabajar con Probabilidad y Estadística hace que me sienta nervioso/a.
8	No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de Probabilidad y Estadística.
9R	La Probabilidad y Estadística hacen que me sienta incómodo/a y nervioso/a.

Procedimiento

A los estudiantes se les entregaron las preguntas correspondientes al Factor Ansiedad del instrumento EAM, otorgándoles un tiempo límite de 10 minutos para responder las 9 preguntas del cuestionario. Durante la aplicación, el profesor estuvo presente para brindar apoyo y asegurar que el uso del instrumento fuera adecuado y sin interferencias externas, lo que permitió obtener datos confiables. Esta evaluación se desarrolló en el marco de la clase de Probabilidad y Estadística, asignatura que consta de 4 unidades didácticas, las cuales abordan temas fundamentales como permutaciones y combinaciones, distribuciones de probabilidad, técnicas de estimación y pruebas de hipótesis, preparando así a los estudiantes para enfrentar análisis estadísticos complejos con mayor seguridad y comprensión.

Se trabajó con dos grupos: el Grupo 1, que utilizó la calculadora (grupo experimental), y el Grupo 2, que no utilizó la calculadora (grupo de control). El test de ansiedad se aplicó a ambos grupos al finalizar el curso para evaluar los efectos del uso de la calculadora en la ansiedad matemática. Las herramientas utilizadas incluyeron el emulador de la calculadora CASIO $fx570/991$, la $fx - CG50$, y la herramienta ClassPad.net. La clase de Probabilidad y Estadística se divide en dos partes: la parte teórica y la parte práctica, siendo en esta última donde se realiza el uso de la calculadora.

Análisis de los datos

El presente estudio se enmarca dentro de la investigación cuantitativa. Con el fin de garantizar la confiabilidad de los datos recolectados, se evaluó la consistencia interna de la subescala empleada mediante la aplicación del coeficiente alfa de Cronbach. De acuerdo con los criterios comúnmente aceptados para interpretar este indicador, valores elevados del alfa reflejan un alto grado de fiabilidad en las respuestas, lo que respalda la validez del instrumento utilizado en el análisis [55], los valores se interpretan de la siguiente manera: $\alpha > 0{,}9$ se considera excelente; $\alpha > 0{,}8$, bueno; $\alpha > 0{,}7$, aceptable; $\alpha > 0{,}6$, cuestionable; $\alpha > 0{,}5$, malo; y $\alpha < 0{,}5$, inaceptable. En el caso del test de Factor Ansiedad aplicado a los grupos 1 y 2, los valores del alfa de Cronbach fueron $\alpha = 0{,}81$ y $\alpha = 0{,}84$, respectivamente, lo que indica que la consistencia interna de los resultados es aceptable. Todos los cálculos de estadística descriptiva e inferencial se realizaron utilizando la calculadora CASIO $fx570/991$, la CASIO $fx - CG50$ y la herramienta ClassPad.net.

4.4. Resultados

En esta sección se exponen los resultados obtenidos con el propósito de dar respuesta a las preguntas de investigación previamente planteadas. La medición de la ansiedad matemática se realizó en ambos grupos al concluir el curso, lo que permitió establecer una comparación entre el grupo experimental, que hizo uso de la calculadora, y el grupo de control, que desarrolló las actividades sin esta herramienta. Este análisis facilita evaluar el efecto que tiene la utilización de la calculadora sobre los niveles de ansiedad de los estudiantes.

Materiales

En el Grupo 1 se empleó un software compuesto por los emuladores de las calculadoras Casio CLASSWIZ $fx570/991$ y $CG50$. Estos programas, creados por Casio, buscan facilitar el acceso a tecnología avanzada para los estudiantes, optimizar el proceso educativo y brindar soporte a los docentes en la administración de las clases. Los emuladores, accesibles a través del sitio web oficial de Casio, permiten trabajar con una variedad de contenidos que abarcan temas como Álgebra Lineal, Física, Cálculo Diferencial e Integral, Estadística y Probabilidad, Trigonometría y Matemática Discreta, entre otros.

Aunque la calculadora $fx991$ no es de tipo gráfica, incluye una función QR que posibilita la creación de gráficos mediante la plataforma ClassPad.net. Este servicio en línea proporciona herramientas avanzadas para realizar cálculos complejos, representar funciones gráficamente, emplear un sistema de álgebra computacional (CAS) y gestionar estadísticas. Además, ClassPad.net permite una interacción sencilla e intuitiva con diversos contenidos matemáticos a través de operaciones accesibles. Cabe destacar también su funcionalidad para compartir materiales y resultados con otros usuarios en línea, fomentando así la colaboración y el intercambio de conocimientos.

En esta investigación se trabajó con un grupo de problemas de probabilidad y estadística. En la siguiente sección se presentan algunos de los ejemplos utilizados en las clases de la asignatura de Probabilidad y Estadística. Estos problemas fueron seleccionados debido a su alta recurrencia en el curso y su capacidad para abordar múltiples aspectos del contenido. Cada problema está diseñado para requerir razonamiento previo antes de iniciar la fase de desarrollo, lo que fomenta una comprensión más profunda de los conceptos. Específicamente, los problemas seleccionados fueron tomados del libro de Devore [75], conocido por su rigurosidad y aplicabilidad en el estudio de la probabilidad y la estadística.

Problema 1. Existen diez asistentes de profesor disponibles para calificar exámenes en un curso de Estadística patrocinado por CASIO. El primer examen consta de cuatro preguntas, y el profesor desea seleccionar un asistente diferente para calificar cada pregunta (es decir, solo un asistente por pregunta). ¿De cuántas maneras se pueden elegir los asistentes para calificar las cuatro preguntas?

Desarrollo: Los estudiantes deben primero determinar si el problema se resuelve mediante permutaciones o combinaciones. En este caso, dado que el problema implica asignar diferentes asistentes a cada una de las preguntas de un examen y el orden de asignación es significativo, se trata de una permutación. Esto se debe a que cada pregunta requiere un asistente distinto y la secuencia en que se asignan los asistentes afecta el resultado. Una vez identificado que se trata de una permutación, se debe aplicar la fórmula correspondiente para calcular el número de posibles asignaciones. La fórmula para permutaciones es:

$$\mathrm{P}_{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

donde n n representa el número total de elementos disponibles (en este caso, 10 asistentes) y r el número de elementos a seleccionar y ordenar (en este caso, 4 preguntas). Aplicar esta fórmula permitirá determinar el número total de maneras en que los asistentes pueden ser asignados a las preguntas del examen.

Grupo 1: En el Grupo 1, se deben considerar los valores de k y n para aplicar la fórmula de permutaciones. Es esencial que los estudiantes comprendan el papel de estos valores en el cálculo: n representa el número total de elementos disponibles (en este caso, 10 asistentes) y k es el número de elementos a seleccionar y ordenar (en este caso, 4 preguntas). Una vez definidos n y k, los estudiantes deben utilizar los comandos adecuados en la calculadora para aplicar la fórmula de permutaciones. Los comandos específicos pueden variar según el modelo de la calculadora, pero generalmente incluyen opciones para calcular factoriales y permutaciones. Es importante que los estudiantes se familiaricen con estas funciones para realizar el cálculo correctamente y obtener el número total de posibles asignaciones.

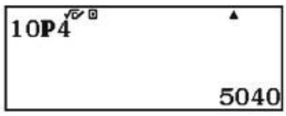


Figura 4.1. Proceso en la calculadora.

En el Grupo 2, los estudiantes resuelven el ejercicio de manera manual, lo que significa que deben aplicar la fórmula de permutaciones sin el uso de herramientas tecnológicas. Esto implica que los estudiantes necesitan comprender y manipular la fórmula matemática directamente para calcular el número de maneras en que se pueden asignar los asistentes a las preguntas.

$$\mathrm{P}_{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$\mathrm{P}_{k,n} = \frac{10!}{(10-4)!} = 5040$$

Los estudiantes de los dos grupos deben presentar una conclusión sobre el resultado obtenido. Una conclusión apropiada sería que el profesor puede asignar a sus asistentes de 5040 maneras diferentes para calificar un examen de cuatro preguntas. Este resultado destaca la gran cantidad de opciones disponibles para la asignación de tareas entre los asistentes, lo que puede permitir al profesor maximizar la eficiencia y eficacia del proceso de calificación. Además, este ejercicio ayuda a los estudiantes a entender la aplicabilidad de las permutaciones en situaciones del mundo real, reforzando su comprensión de cómo las matemáticas pueden ser utilizadas para resolver problemas prácticos.

En este problema, se observaron algunos inconvenientes en ambos grupos. En el primer grupo, que utilizó la calculadora, aproximadamente un 10 % de los estudiantes enfrentaron dificultades, principalmente porque no recordaban los comandos necesarios de la calculadora para resolver el problema. En el segundo grupo, que resolvió el ejercicio de manera manual, alrededor del 30 % de los estudiantes se confundieron al aplicar la fórmula de permutaciones. Estos inconvenientes surgieron debido al desconocimiento de cómo calcular el factorial de un número y errores en las operaciones básicas. Además, un pequeño porcentaje de estudiantes de ambos grupos tuvo dificultades para presentar la conclusión adecuada del problema, lo que sugiere la necesidad de reforzar tanto el uso de herramientas tecnológicas como los fundamentos matemáticos básicos para asegurar una comprensión más sólida y una ejecución efectiva de las tareas.

Problema 2. El tiempo que requiere un conductor para reaccionar a las luces de freno de un vehículo que está desacelerando es crítico para evitar colisiones por alcance. El artículo Fast-Rise Brake Lamp as a Collision-Prevention Device, sugiere que el tiempo de reacción de respuesta en tráfico a una señal de freno de luces de freno estándar puede ser modelado con una distribución normal que tiene un valor medio de 1.25 s y desviación estándar de 0.46 s. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de reacción esté entre 1.00 s y 1.75 s?

En este problema, además de aplicar las fórmulas de probabilidad, se requiere que los estudiantes utilicen integrales para realizar el cálculo correspondiente. La inclusión de integrales permite explorar métodos avanzados de solución, especialmente en problemas de distribución continua, donde se puede necesitar calcular probabilidades acumuladas o densidades de probabilidad. La aplicación de integrales en este contexto proporciona a los estudiantes una comprensión más profunda de cómo las herramientas matemáticas se interrelacionan y cómo se pueden emplear para resolver problemas complejos. Este enfoque no solo refuerza las habilidades técnicas, sino que también ayuda a desarrollar una mayor intuición sobre el comportamiento de las funciones matemáticas en situaciones del mundo real.

Grupo 1. En este caso los estudiantes deben conocer los pasos para aplicar los comandos correctos de la calculadora. Los estudiantes deben seguir los siguientes pasos:

Se debe seleccionar el menú distribución (7), ver Figura 4.2.

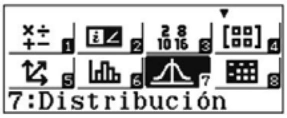


Figura 4.2. Menú de distribución.

En este caso, aparece la siguiente pantalla, ver Figura 4.3.

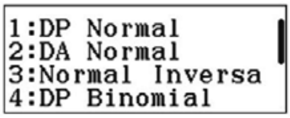


Figura 4.3. Distribución.

Para resolver el problema utilizando la calculadora Casio, los estudiantes deben comenzar seleccionando la opción 2 en el menú, que generalmente corresponde a funciones de probabilidad. Luego, deben ingresar los datos proporcionados en el problema: el límite inferior y superior del rango que están evaluando, junto con los valores de la desviación estándar y la media, si están trabajando con una distribución normal. Una vez que estos datos están correctamente ingresados, la calculadora calculará el resultado, mostrando en pantalla la solución al problema de probabilidad o integración planteado. Este proceso no solo facilita los cálculos complejos sino que también permite a los estudiantes verificar sus resultados de manera eficiente.

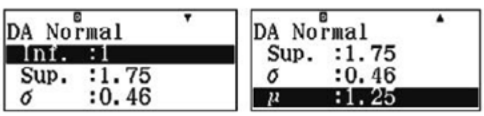


Figura 4.4. Ingreso de datos.

Después de ingresar todos los datos necesarios en la calculadora, como el límite inferior y superior, la desviación estándar, y la media, los estudiantes deben pulsar la tecla = para ejecutar el cálculo. Al presionar =, la calculadora procesará la información y mostrará el resultado en pantalla, proporcionando una solución rápida y precisa al problema planteado. Este paso final es crucial para confirmar que todos los valores han sido ingresados correctamente y que el cálculo se ha realizado con éxito. Ver la Figura 4.5.

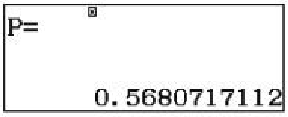


Figura 4.5. Resultado de la probabilidad.

Por tanto, la probabilidad de que el tiempo de reacción de un individuo esté entre 1,00 segundos y 1,75 segundos es del 56 %, o 0,56 en forma decimal. Esto significa que, si seleccionamos un tiempo de reacción al azar dentro de la población estudiada, hay un 56 % de posibilidad de que este tiempo caiga dentro del intervalo especificado. Esta probabilidad se calcula utilizando la función de distribución acumulada correspondiente, que para distribuciones continuas como la normal, implica integrar el área bajo la curva de la distribución entre estos dos valores. El resultado indica que el intervalo de 1,00 a 1,75 segundos representa una parte considerable de la distribución de los tiempos de reacción.

Por otro lado, para calcular la probabilidad utilizando integrales en el contexto de una distribución normal, es necesario usar la expresión de la distribución normal estándar. La distribución normal estándar es una distribución normal con una media de 0 y una desviación estándar de 1. Para encontrar la probabilidad de que un tiempo de reacción esté entre 1.00 y 1.75 segundos, primero se debe estandarizar estos valores transformándolos en puntuaciones Z. Esta transformación se realiza restando la media y dividiendo por la desviación estándar de la distribución original. Una vez convertidos estos valores a la distribución normal estándar, se puede usar la tabla de la distribución normal estándar o una función de distribución acumulada para calcular el área bajo la curva entre los dos valores estandarizados. Esta área representa la probabilidad buscada.

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Para llevar a cabo este proceso, primero se debe seleccionar el menú "1 - Calcular". Luego, utilizando la tecla correspondiente, se ingresa la expresión de la integral con el intervalo deseado. Asegúrate de ingresar correctamente los parámetros necesarios y de verificar que la configuración de la calculadora o software esté en modo de integración para obtener resultados precisos, ver la Figura 4.6.

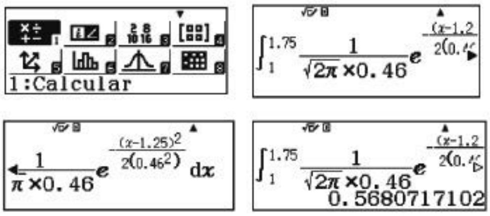


Figura 4.6. Ingreso de parámetros.

Esto confirma que la probabilidad calculada es de 0,56. Para una interpretación más visual del problema, se puede utilizar la herramienta Classpad, accesible a través del código QR proporcionado por la calculadora. Classpad permite generar una representación gráfica de los datos y del resultado obtenido. En esta herramienta, se puede visualizar la región correspondiente a la probabilidad entre las dos rectas (roja y verde) y la campana de Gauss. La Figura 4.7 ilustra claramente esta área, mostrando cómo se distribuye la probabilidad a lo largo de la curva normal.

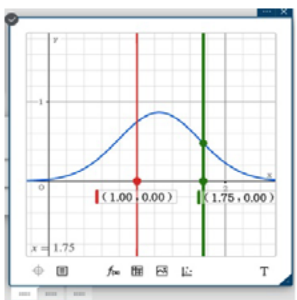


Figura 4.7. Gráfico de la probabilidad.

Grupo 2. En este grupo se encuentran los estudiantes que optan por no utilizar la calculadora como herramienta tecnológica para resolver problemas. En lugar de ello, estos estudiantes recurren a métodos manuales para llevar a cabo sus cálculos. En el primer punto del análisis, los estudiantes de este grupo emplean diversas expresiones matemáticas y técnicas tradicionales. Estas expresiones pueden incluir fórmulas algebraicas, procedimientos manuales para resolver integrales o el uso de tablas y gráficos para interpretar la información. La ausencia de herramientas tecnológicas implica que los estudiantes deben desarrollar una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos y aplicar procedimientos manuales detallados para obtener los resultados deseados. Este enfoque puede fomentar una mayor habilidad en la resolución de problemas y un entendimiento más sólido de los métodos matemáticos subyacentes.

$$1 \leq X \leq 1{,}75$$

$$\frac{1-1{,}25}{0{,}46} \leq \frac{X-1{,}25}{0{,}46} \leq \frac{1{,}75-1{,}25}{0{,}46}$$

$$P(1 \leq X \leq 1{,}75) = P\left(\frac{1-1{,}25}{0{,}46}\right) \leq Z \leq \left(\frac{1{,}75-1{,}25}{0{,}46}\right)$$

$$P(1 \leq X \leq 1{,}75) = P(-0{,}54 \leq X \leq 1{,}09) =$$

$$\phi\,(1{,}09) - \phi\,(-0{,}54) =$$

$$0{,}8621 - 0{,}2946 = 0{,}5675$$

En el cálculo de la integral, los estudiantes del Grupo 2 reemplazan los datos en la fórmula correspondiente de manera manual. Este proceso implica sustituir los valores específicos en la fórmula matemática para la distribución normal o cualquier otra función que se esté utilizando. Por ejemplo, si están trabajando con una distribución normal, deberán ingresar los parámetros como la media, la desviación estándar, y los límites del intervalo de interés. Esta sustitución les permite calcular el área bajo la curva que representa la probabilidad deseada. Al realizar estos pasos sin el apoyo de una calculadora, los estudiantes deben aplicar rigurosamente las técnicas matemáticas, asegurándose de seguir todos los procedimientos con precisión para obtener un resultado correcto. Este enfoque manual les ayuda a desarrollar una comprensión más profunda de cómo los datos y las fórmulas interactúan para producir el resultado final.

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-} \frac{(x-u)^2}{2\sigma^2} dx$$

$$\int_1^{1{,}75} \frac{1}{\sqrt{2\pi 0{,}46}} e^{-} \frac{(x-1{,}25)^2}{20{,}46^2} dx$$

$$\int_1^{1{,}75} 0{,}86 \cdot e^{-} \frac{(x-1{,}25)^2}{0{,}4232} dx = 056$$

En este problema, se observa que los estudiantes del Grupo 1 enfrentan dificultades en el manejo de los menús de la calculadora. Aproximadamente el 35 % de estos estudiantes tienen problemas tanto al utilizar el menú de probabilidad como al usar el menú de cálculo para resolver la integral definida. Estos problemas suelen estar relacionados con la navegación en el menú o la correcta configuración de los parámetros necesarios para el cálculo.

Por otro lado, en el Grupo 2, alrededor del 60 % de los estudiantes encuentran inconvenientes al aplicar las fórmulas de probabilidad. Las dificultades se agravan particularmente al intentar integrar manualmente la función de densidad. La falta de herramientas tecnológicas implica que deben realizar los cálculos a mano, lo que puede resultar complicado debido a la complejidad de las integrales y la necesidad de una precisión exhaustiva en cada paso del proceso.

Problema 3. Sea X el número de criaturas de un tipo particular capturadas en una trampa durante un periodo determinado. Suponga que X tiene una distribución de Poisson con $\lambda = 4{,}5$, así que en promedio las trampas contendrán 4,5 criaturas La probabilidad de que una trampa contenga exactamente cinco criaturas es?

Grupo 1: Los estudiantes deben familiarizarse con las funciones básicas de la calculadora para realizar cálculos de probabilidad. En el primer caso específico, para resolver problemas relacionados con la distribución de Poisson, los estudiantes deben seguir estos pasos (ver la Figura 4.8):

1. Acceder al menú 7 de la calculadora.

2. Navegar hacia abajo utilizando las teclas cursoras hasta seleccionar la opción 2, que corresponde a $DPPoisson$.
3. Dentro de esta opción, elegir la opción 2 para ingresar los datos de la variable.
4. Una vez en esta sección, se deben introducir los datos correspondientes a la distribución de Poisson, tales como el valor de la media (λ) y el número de eventos. Asegurarse de ingresar correctamente estos valores es crucial para obtener el resultado preciso de la probabilidad deseada.

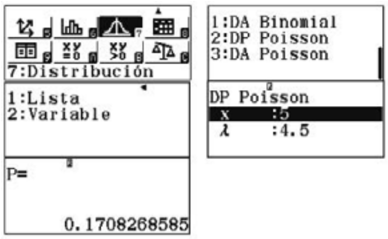


Figura 4.8. Distribución de Poisson.

Por lo tanto, la probabilidad de que una trampa contenga exactamente cinco criaturas es del 17 %, o 0,17 en forma decimal. Esto se obtiene utilizando la distribución de Poisson, que es adecuada para modelar la probabilidad de un número específico de eventos en un intervalo fijo, dado un promedio conocido de ocurrencias.

En este caso, aproximadamente el 20 % de los estudiantes presentan inconvenientes al resolver los problemas, tanto al aplicar la distribución de Poisson como al utilizar otras funciones relacionadas. Estos problemas pueden deberse a dificultades en la comprensión de los conceptos o en la ejecución de los procedimientos requeridos de la calculadora.

Grupo 2. Los estudiantes deben estar familiarizados con la fórmula de la distribución de Poisson para resolver problemas relacionados con el conteo de eventos en un intervalo fijo. La fórmula de Poisson se expresa como:

$$p(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

donde:

1. $P(X = k)$ es la probabilidad de que ocurran exactamente k eventos,.

2. λ es el número promedio de eventos en el intervalo,.
3. e es la base del logaritmo natural (aproximadamente 2,71828),.
4. $k!$ es el factorial de k.

Los estudiantes deben usar esta fórmula para calcular la probabilidad de observar un número específico de eventos, ingresando el valor de λ y el valor de k según el problema planteado. La correcta aplicación de la fórmula es esencial para obtener resultados precisos y para comprender cómo los eventos se distribuyen en el intervalo de interés.

$$p(X = 5) = \frac{e^{-4,5} \cdot 4,5^5}{5!} = 0,17$$

Por lo tanto, la probabilidad de que una trampa contenga, como máximo, cinco criaturas es del 70,3 %, o 0,703 en forma decimal. Este cálculo se obtiene sumando las probabilidades individuales de que la trampa contenga $0, 1, 2, 3, 4o5$ criaturas, utilizando la fórmula de la distribución de Poisson. La probabilidad acumulada refleja la suma de todas estas probabilidades, proporcionando la probabilidad de que el número total de criaturas sea menor o igual a cinco.

En este problema, los estudiantes enfrentan dificultades al aplicar la fórmula de Poisson. En el primer caso, aproximadamente el 40 % de los estudiantes no logran obtener la solución correcta debido a problemas en la aplicación de la fórmula. En el segundo caso, las dificultades se incrementan, y el 55 % de los estudiantes no consiguen llegar al resultado esperado. Estos desafíos pueden ser causados por una comprensión insuficiente de la fórmula, errores en los cálculos, o dificultades en la interpretación de los datos.

Problema 4. Un fabricante de sistemas rociadores utilizados como protección contra incendios en edificios de oficinas afirma que la temperatura de activación del sistema promedio verdadera es de 130. Una muestra de $n = 9$ sistemas, cuando se somete a prueba, da una temperatura de activación promedio muestral de 131,08F. Si la distribución de los tiempos de activación es normal con desviación estándar de 1,5F, ¿contradicen los datos la afirmación del fabricante a un nivel de significación $\alpha = 0,01$?

En ambos grupos, es necesario plantear tanto la hipótesis nula como la alternativa para realizar un análisis estadístico adecuado. Las hipótesis se definen de la siguiente manera:

Hipótesis Nula (Ho): El promedio verdadero de la población es igual al promedio muestral observado. En otras palabras, no hay una diferencia significativa entre el promedio de la muestra y el promedio de la población. Matemáticamente, se expresa como:

donde:

$\mu = \bar{x}$

μ es el promedio verdadero de la población y $\bar{x}$ es el promedio muestral.

Hipótesis Alternativa (Ha): El promedio verdadero de la población es diferente del promedio muestral observado. Esto sugiere que hay una diferencia significativa entre el promedio de la muestra y el promedio de la población. Matemáticamente, se expresa como:

$\mu \neq \bar{x}$

Estas hipótesis se utilizan para determinar si hay evidencia suficiente en los datos de la muestra para rechazar la hipótesis nula en favor de la hipótesis alternativa.

Grupo 1: En este grupo, los estudiantes utilizan el emulador de la calculadora Casio fx–CG50 para resolver problemas estadísticos. Para realizar un test de hipótesis utilizando esta calculadora, deben seguir estos pasos:

1. Acceder al menú de Estadística (Menú 2) en la calculadora.
2. Dentro del menú de Estadística, seleccionar la opción Test $(F3)$.
3. A continuación, elegir el tipo de test apropiado; en este caso, deben seleccionar el Test Z $(F1, F1)$.

Estos pasos permiten a los estudiantes realizar pruebas z para comparar el promedio muestral con el promedio poblacional y determinar si existen diferencias significativas entre ellos (ver la Figura 4.9).

Considerando los datos del problema, el valor crítico para un nivel de significancia común (por ejemplo, 1 %) en una prueba z de dos colas es el intervalo $[-2{,}58; 2{,}58]$. Esto significa que para aceptar la hipótesis nula, el valor calculado de z debe estar dentro de este intervalo.

En este caso, el valor de $z = 2{,}16$ cae dentro del intervalo de aceptación $[-2{,}58; 2{,}58]$. Por lo tanto, no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula. Esto implica que no se observan diferencias significativas entre las medias, y se puede concluir que el promedio muestral no difiere significati-

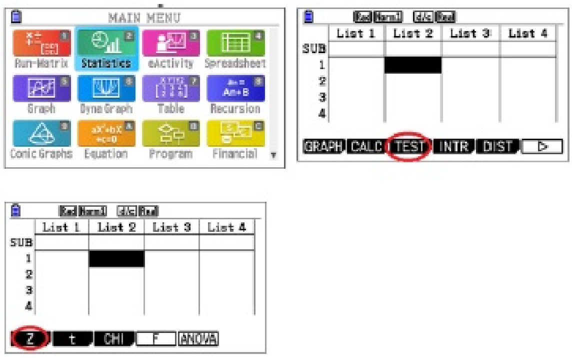


Figura 4.9. Ingreso de los datos.

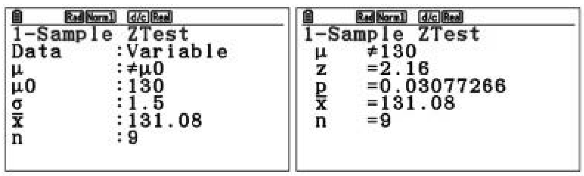


Figura 4.10. Resultados test - Z.

vamente del promedio poblacional.

En este problema, los estudiantes enfrentan dificultades tanto para recordar los comandos de la calculadora como para interpretar los resultados obtenidos. Aproximadamente el 20 % de los estudiantes no logran completar el ejercicio correctamente debido a problemas con el manejo de los comandos necesarios y la comprensión de los resultados de la prueba estadística.

Grupo 2. Se debe calcular el valor estadístico z.

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} =$$

$$z = \frac{131{,}08 - 130}{\frac{1{,}5}{\sqrt{9}}} = 2{,}16$$

Como se mencionó anteriormente, el intervalo de confianza para una prueba de hipótesis de dos colas al 1 % de nivel de significación es $[-2{,}58; 2{,}58]$. En este contexto, el valor calculado de $z = 2{,}16$ cae dentro de la zona de aceptación, que se encuentra entre estos dos límites críticos. Por lo tanto, no podemos rechazar la hipótesis nula, lo que sugiere que no hay diferencias significativas entre las medias de los grupos comparados. Este resultado indica que cualquier variación observada entre las medias es probablemente atribuible al azar o a la variabilidad inherente de las muestras, en lugar de una diferencia sistemática o real entre los grupos.

En este problema, los estudiantes enfrentan dificultades tanto al aplicar la fórmula estadística adecuada como al interpretar los resultados obtenidos. Aproximadamente un 25 % de los estudiantes no logra finalizar correctamente el ejercicio. Esto sugiere que existen desafíos significativos en la comprensión y ejecución de los pasos necesarios para completar la tarea. Las dificultades pueden deberse a una falta de comprensión conceptual de los métodos estadísticos, errores en el cálculo, o una interpretación inadecuada de los resultados dentro del contexto del problema. Este porcentaje destaca la necesidad de implementar estrategias de enseñanza más efectivas, como proporcionar ejemplos adicionales, ofrecer retroalimentación detallada, y reforzar los conceptos fundamentales de la estadística para mejorar el desempeño de los estudiantes.

Estudio de la ansiedad de los estudiantes

En este apartado, se analiza la ansiedad de los estudiantes mediante el cálculo de la media y la desviación estándar de las puntuaciones obtenidas para cada una de las preguntas del cuestionario. La encuesta se administra al final de la asignatura a dos grupos de estudiantes. Es importante destacar que la escala utilizada está codificada de manera que una mayor puntuación indica un nivel menor de ansiedad [76]. Esta codificación inversa implica que las puntuaciones más altas reflejan una mejor gestión de la ansiedad, lo cual debe tenerse en cuenta al interpretar los resultados. El análisis estadístico de las medias y desviaciones estándar permitirá evaluar las diferencias en los niveles de ansiedad entre los grupos, proporcionando una comprensión más profunda de cómo la asignatura puede haber influido en la percepción de ansiedad de los estudiantes.

La Tabla 4.2 presenta la media $(\bar{x})$ y la desviación estándar σ de las puntuaciones otorgadas por los estudiantes a las preguntas relacionadas con el Factor Ansiedad. En el Grupo 1 $(G1)$, la puntuación más alta se obtuvo en la pregunta 8, que afirma: "No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de Probabilidad y Estadística,çon una media de 2,60. Esto indica que, en promedio, los estudiantes del G1 no experimentan estrés al trabajar con problemas de Probabilidad y Estadística. Por otro lado, en el Grupo 2 ($G2$), la puntuación más alta correspondió a la pregunta 9: "La Probabilidad y Estadística hacen que me sienta incómodo/a y nervioso/a,çon una media de 2,30. Esto sugiere que, en promedio, los estudiantes del $G2$ tampoco experimentan una ansiedad significativa relacionada con estos temas.

Tabla 4.2. Medias y desviación estándar de cada ítemdel G1 y G2.

No	Pregunta	GE		GC	
		x	SD	x	SD
1R	La asignatura de Probabilidad y Estadística se me da bastante mal.	1.97	0.65	2.14	0.49
2	Estudiar o trabajar con Probabilidad y Estadística es una de las asignaturas que más temo.	2.13	0.69	2.32	0.59
3R	La Probabilidad y Estadística es una de las asignaturas que más temo.	1.87	0.59	2.41	0.65
4	Tengo confianza en mí mismo/ a cuando enfrento a un problema de Probabilidad y Estadística.	1.93	0.71	2.49	0.52
5R	Cuando me enfrento a un problema de Probabilidad y Estadística me siento incapaz de pensar con claridad.	1.70	0.53	1.98	0.57
6	Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de Probabilidad y Estadística.	2.13	0.58	2.32	0.60
7R	Trabajar con Probabilidad y Estadística hace que me sienta nervioso/a.	1.90	0.70	2.43	0.61
8	No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de Probabilidad y Estadística.	1.98	0.61	2.59	0.75
9R	La Probabilidad y Estadística hacen que me sienta incómodo/a y nervioso/a.	2.03	0.60	2.32	0.53

El promedio general de las puntuaciones para todas las preguntas del factor de ansiedad fue de 2,32 en el $G1$ y 2,05 en el $G2$. Estos resultados indican que, aunque ambos grupos presentan bajos niveles de ansiedad en relación con los temas de Probabilidad y Estadística, el $G1$ reporta una menor ansiedad que el $G2$. Este análisis proporciona información valiosa sobre cómo los estudiantes perciben su experiencia emocional al interactuar con los contenidos de la asignatura, lo cual podría informar futuras estrategias pedagógicas.

Es importante mencionar que la referencia [77] describe los criterios utilizados para clasificar las variables o factores como positivos o negativos. Específicamente, el autor indica que si la media aritmética es superior a 2,50, el factor se considera positivo. En esta investigación, la media aritmética de ambos grupos es inferior a 2,50, lo que sugiere que este factor se percibe negativamente en términos de su impacto en el aprendizaje de los estudiantes.

La Figura 4.11 proporciona una representación gráfica de las puntuaciones para ambos grupos, con el color azul indicando el Grupo 1 y el color rojo representando el Grupo 2. Para determinar si las diferencias entre las medias de cada pregunta son estadísticamente significativas, se aplicó la prueba $tdeStudent$. En el caso de la pregunta 7, que afirma: Trabajar con Probabilidad y Estadística hace que me sienta nervioso/a, el valor p es mayor que 0,05, lo que indica que no hay diferencias significativas entre los grupos en esta pregunta. Sin embargo, en las demás preguntas, el valor p es menor que 0,05, lo que sugiere que existen diferencias significativas entre las medias de los grupos. Esto sugiere que, excepto en la pregunta 7, los grupos difieren significativamente en sus niveles de ansiedad respecto a los temas de Probabilidad y Estadística.

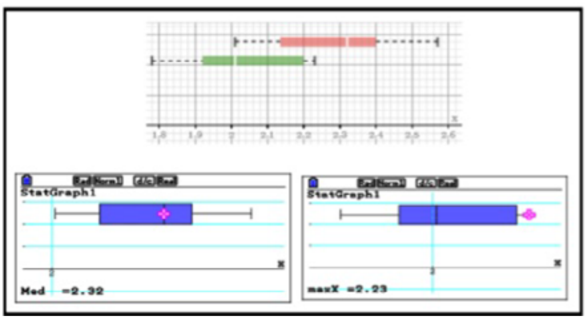


Figura 4.11. Puntuaciones de los ítems del factor ansiedad del G1 (verde) y G2 (rojo).

En la Figura 4.11, que muestra el gráfico de caja y bigote de las puntuaciones obtenidas por los dos grupos (grupo experimental en rojo y grupo de control en verde), se puede observar que las puntuaciones del Grupo 2 (G2) son claramente inferiores a las del Grupo 1 (G1). El gráfico permite inferir que en el G1, el 25 % de los estudiantes obtienen puntuaciones inferiores a 2,15 (primer cuartil, Q1), y el 50 % obtiene puntuaciones inferiores a 2.32 (mediana o segundo cuartil, Q2). Por otro lado, en el G2, el 25 % de los estudiantes obtienen puntuaciones inferiores a 1,92 (Q1) y el 50 % obtiene puntuaciones inferiores a 2,21 (Q2).

Este análisis de los cuartiles sugiere que la mediana y la dispersión de las puntuaciones en el $G2$ son más bajas en comparación con el $G1$, lo cual puede indicar una mayor percepción de ansiedad o una menor autopercepción de confianza en el grupo de control en comparación con el grupo experimental. El uso del gráfico de caja y bigote permite visualizar de manera efectiva la distribución y la variabilidad de las puntuaciones, proporcionando una visión clara de cómo se comparan los dos grupos.

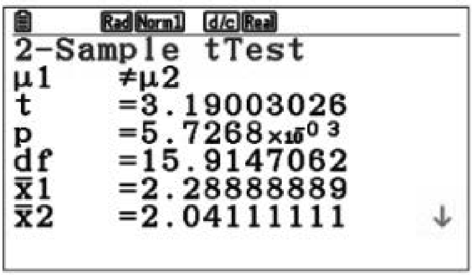


Figura 4.12. Resultado t Student.

Finalmente, se llevó a cabo una prueba estadística para determinar si existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias de los dos grupos. En concreto, se aplicó la prueba t de Student de dos colas, utilizando un nivel de significación del 5 % ($\alpha = 0{,}05$). El valor p resultante de la prueba t de Student fue inferior a 0,01, lo que indica que hay diferencias significativas entre las medias del grupo experimental y del grupo de control. Este resultado sugiere que el grupo experimental tiene una media significativamente mayor que el grupo de control, lo que podría implicar que las intervenciones realizadas con el grupo experimental fueron efectivas para reducir la ansiedad relacionada con los temas de Probabilidad y Estadística.

La Figura 4.12 ilustra gráficamente el resultado de la prueba t de Student, destacando la diferencia en las medias y la significancia estadística de esta diferencia. Estos hallazgos refuerzan la conclusión de que las estrategias aplicadas en el grupo experimental podrían contribuir positivamente a mejorar el aprendizaje y reducir la ansiedad entre los estudiantes.

La Figura 1 presenta un gráfico que representa la media aritmética de cada grupo por pregunta. Esta visualización permite comparar directamente cómo cada grupo se desempeñó en cada pregunta específica, proporcionando una visión clara de las diferencias en las medias de las respuestas entre el grupo experimental y el grupo de control. Al observar las medias de cada pregunta, se pueden identificar patrones y tendencias que podrían indicar áreas específicas donde un grupo puede haber tenido un mejor rendimiento o experimentado menos ansiedad en comparación con el otro.

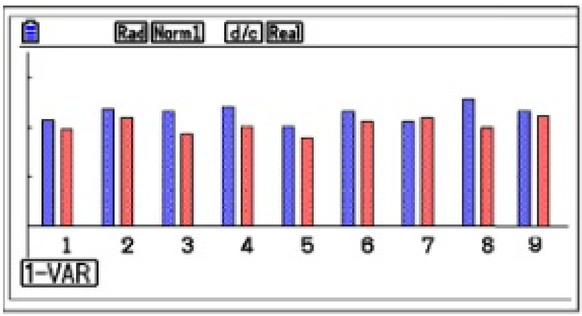


Figura 4.13. Puntuaciones de los ítems del factor ansiedad del G1 (azul) y G2 (rojo).

4.5. Discusión

El propósito de esta investigación fue evaluar si el uso de la calculadora reduce la ansiedad en el estudio de la asignatura de Probabilidad y Estadística entre estudiantes de primer año de Ingeniería. Para abordar las preguntas de investigación, se analizaron los puntajes de la media aritmética de cada pregunta del Factor Ansiedad en los dos grupos. Los resultados mostraron que los estudiantes que utilizan la calculadora presentan un nivel de ansiedad moderado. En contraste, los estudiantes que no utilizan la calculadora muestran una ansiedad moderada-alta hacia la asignatura. Estos resultados son consistentes con hallazgos internacionales, que indican que los estudiantes generalmente experimentan una ansiedad moderada hacia la estadística [78].

Los estudiantes del Grupo 1 presentan menor ansiedad cuando se enfrentan a problemas de Probabilidad y Estadística. En contraste, los estudiantes del Grupo 2 experimentan mayor ansiedad debido a la percepción de que la asignatura es una de las más complicadas. Estos hallazgos coinciden con otros estudios que indican que los estudiantes sienten ansiedad al solicitar ayuda a los profesores en estadística. Además, se observa una ansiedad moderada-baja en la interpretación de los resultados, lo que podría deberse a que el docente no enfatiza suficientemente el aprendizaje basado en problemas [79].

Uno de los aspectos que influye en la ansiedad hacia la asignatura de Probabilidad y Estadística es la falta de oportunidades para desarrollar habilidades en esta área durante el bachillerato [1]. Además, es importante señalar que la ansiedad relacionada con la Probabilidad y Estadística puede tener efectos tanto negativos como positivos en el rendimiento académico del estudiante. En general, se ha observado que una mayor ansiedad tiende a estar asociada con un menor rendimiento académico [5].

Un hallazgo importante de esta investigación es que los estudiantes del Grupo 1, que utilizaron tecnología—específicamente las calculadoras $fx - 570/991$, $CG50$ y la herramienta ClassPad.net en la asignatura de Probabilidad y Estadística—presentaron un menor nivel de ansiedad en comparación con aquellos que no utilizaron la calculadora. Esto sugiere que el uso de la tecnología tuvo una influencia positiva en la reducción de la ansiedad. Esta diferencia se debe a que la calculadora ayuda a los estudiantes a centrarse en el proceso de resolución del problema en lugar de en los cálculos rutinarios, lo cual no siempre ocurre cuando se realizan cálculos manualmente [80]. Además, se observó que el uso de la calculadora reduce los errores en los cálculos de los problemas.

Dado que el uso de la calculadora disminuye la ansiedad y considerando que los países con mejores resultados en el informe PISA permiten el uso de calculadoras en el aula y en los exámenes [10], se recomienda incorporar el uso de la calculadora en la resolución de ejercicios y problemas dentro del aula, así como en las evaluaciones. Diversos estudios y presentaciones en congresos organizados por instituciones como el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) y la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI) defienden el uso de la calculadora. La disponibilidad de tecnología y software cada vez más avanzados para la educación estadística y probabilística requiere, además de innovación, un desarrollo paralelo de la reflexión teórica y la conceptualización de las experiencias empíricas [25].

Finalmente, es importante destacar que esta investigación puede ser de gran utilidad para docentes de nivel universitario, bachillerato y educación básica. El objetivo es mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de la Probabilidad y Estadística. Como se ha mencionado anteriormente, para lograr una enseñanza de calidad es crucial abordar la ansiedad de los estudiantes, y una herramienta efectiva para esto es la calculadora, que es comúnmente accesible para la mayoría de los estudiantes.

En futuras investigaciones, se estudiará si el uso de la calculadora no solo ayuda a reducir la ansiedad, sino también a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en esta asignatura.

Capítulo 5

El uso de la calculadora en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral

El propósito de esta investigación es analizar si el uso de la calculadora disminuye la ansiedad de los estudiantes en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral. Para ello, se lleva a cabo un estudio con una muestra de 30 estudiantes de Ingeniería. La ansiedad se mide mediante las preguntas del Factor Ansiedad, una herramienta validada para evaluar este aspecto en el contexto educativo. La investigación se desarrolla en dos fases: en la primera fase, los estudiantes realizan las actividades sin utilizar la calculadora; en la segunda fase, las mismas actividades se llevan a cabo permitiendo el uso de la calculadora.

Los resultados del estudio revelan que los estudiantes experimentan una notable reducción de la ansiedad cuando utilizan la calculadora. Este hallazgo sugiere que la calculadora no solo facilita los cálculos, sino que también actúa como un recurso que puede aliviar la presión y el estrés asociados con las tareas matemáticas complejas. En base a estos resultados, se recomienda a los profesores considerar la incorporación de la calculadora como una herramienta didáctica regular, ya que puede motivar a los estudiantes y mejorar su rendimiento académico al reducir los niveles de ansiedad.

Además, es importante destacar que la reducción de la ansiedad puede tener efectos positivos en el aprendizaje a largo plazo. Los estudiantes menos ansiosos están más dispuestos a enfrentar nuevos desafíos y a desarrollar una actitud positiva hacia las matemáticas, lo que puede incrementar su interés y compromiso con la asignatura. Por tanto, la integración de la calculadora en la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral no solo beneficia el desempeño inmediato, sino que también puede contribuir al desarrollo de habilidades matemáticas más sólidas y duraderas.

5.1. Introducción

El Cálculo Diferencial, junto con el Cálculo Integral, constituye una de las ramas más fundamentales y esenciales de las matemáticas [81]. No obstante, es importante señalar que existen dificultades significativas relacionadas con la comprensión de los conceptos básicos en matemáticas, las cuales se hacen más evidentes en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral. Esta asignatura es percibida como uno de los mayores desafíos para los estudiantes durante los primeros semestres de las carreras de ingeniería [82]. Dada la magnitud de las dificultades de aprendizaje que enfrentan los estudiantes en Cálculo Diferencial e Integral, es crucial que los docentes implementen nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje. Además, se ha observado que la ansiedad relacionada con el estudio del Cálculo, junto con el bajo rendimiento académico en esta asignatura, representa uno de los mayores problemas que deben afrontar los profesores [36]. Para abordar estos desafíos, es esencial desarrollar métodos pedagógicos innovadores que no solo faciliten la comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también reduzcan la ansiedad de los estudiantes. Estrategias como el uso de tecnologías educativas, la incorporación de herramientas como la calculadora, y la implementación de enfoques didácticos interactivos pueden contribuir significativamente a mejorar el aprendizaje y el rendimiento en Cálculo Diferencial e Integral.

Por tal motivo, algunos investigadores han enfatizado la importancia de estudiar la ansiedad hacia el Cálculo Diferencial e Integral en los estudiantes (e.g., [83]; [84]. Además, investigaciones previas [85] han señalado que la motivación, la ansiedad y las emociones son factores decisivos para el aprendizaje de las matemáticas. Cuando la ansiedad de los estudiantes es alta, su proceso de aprendizaje se ve dificultado desde el inicio y se interrumpe con facilidad [86].

La ansiedad puede ser una variable que influya tanto positiva como negativamente en el rendimiento académico. Niveles moderados de ansiedad pueden actuar como un estímulo que produce un estado de alerta o atención en los estudiantes, mejorando así su rendimiento [87]. Sin embargo, niveles excesivos de ansiedad pueden tener el efecto contrario, dificultando el aprendizaje y generando barreras significativas para el progreso académico. Asimismo, [83] indicó que una actitud negativa de los estudiantes hacia el contenido de cálculo, así como hacia diversos aspectos relacionados con la clase, es motivo de preocupación. Es alarmante observar que en el sistema escolar continúan ingresando estudiantes a programas de ingeniería con bajos conocimientos matemáticos y una ansiedad negativa hacia el aprendizaje del cálculo. Estos hallazgos subrayan la necesidad de abordar tanto los aspectos emocionales como los académicos en la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral. Implementar estrategias que reduzcan la ansiedad y fomenten una actitud positiva hacia las matemáticas puede ser crucial para mejorar el rendimiento académico y el bienestar de los estudiantes. Intervenciones como talleres de gestión de la ansiedad, el uso de tecnologías educativas y metodologías de enseñanza innovadoras pueden desempeñar un papel vital en este proceso.

Con el propósito de disminuir la ansiedad en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral, es fundamental considerar la integración de la tecnología en las clases, ya que estas herramientas pueden mejorar el aprendizaje al influir positivamente en el ámbito afectivo [67]. En este contexto, investigadores como [88] han subrayado la importancia de estudiar las actitudes hacia las matemáticas cuando se utiliza la tecnología, especialmente en actividades relacionadas con la modelización matemática. Esta integración tecnológica puede ayudar a los estudiantes a visualizar conceptos abstractos y a comprender mejor las aplicaciones prácticas del cálculo. Asimismo, [89] recomendaron que la enseñanza de las matemáticas se realice de manera activa, promoviendo una forma de pensar que permita a los estudiantes dar sentido a su entorno y aplicar toda la tecnología disponible. Esta metodología activa no solo facilita la comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también puede aumentar la motivación y el interés de los estudiantes. Por otro lado, los autores destacaron que el uso de calculadoras científicas y gráficas ha generado nuevas preguntas sobre qué cambios son necesarios en el currículo de Cálculo y cómo debe integrarse su uso en la enseñanza. La incorporación de estas herramientas puede requerir una revisión y adaptación del currículo para asegurarse de que los estudiantes no solo aprenden a usar la tecnología, sino que también desarrollan una comprensión profunda de los conceptos matemáticos subyacentes.

5.1.1. Propuesta de estudio

Existen varios investigadores que han estudiado en profundidad la utilización de la calculadora dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (e.g., [90]; [91]; [92]). Las investigaciones han demostrado que los estudiantes que utilizaron la calculadora obtienen un mejor rendimiento académico en comparación con aquellos que no la utilizaron. Además, es importante destacar que los investigadores encontraron que el uso de la calculadora también contribuye a reducir la ansiedad de los estudiantes, mejorando significativamente su nivel de comprensión y desempeño en matemáticas.

En este contexto, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿el uso de la calculadora reduce la ansiedad de los estudiantes en el estudio de la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral? Esta pregunta busca explorar y confirmar la relación entre el uso de la calculadora y la disminución de la ansiedad, así como su impacto positivo en el rendimiento académico. Al abordar esta cuestión, se pretende proporcionar evidencia sólida que respalde la integración de la tecnología como una herramienta pedagógica eficaz en la enseñanza del cálculo.

Además, la respuesta a esta pregunta podría ofrecer valiosas recomendaciones para los docentes sobre cómo incorporar la calculadora de manera efectiva en sus metodologías de enseñanza, potenciando así el aprendizaje y la experiencia educativa de los estudiantes. Al reducir la ansiedad y mejorar el rendimiento académico, se pueden crear entornos de aprendizaje más favorables y motivadores, donde los estudiantes se sientan más seguros y capaces de enfrentar los desafíos matemáticos.

5.1.2. Revisión de la literatura

Existen varios investigadores que han propuesto la introducción de la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Cálculo.

Estos estudios han evidenciado que los estudiantes de ingeniería han mejorado significativamente su desempeño académico con la implementación de recursos tecnológicos. A continuación, se revisan algunas de estas investigaciones.

En su estudio, [42] realizaron una investigación a lo largo de tres semestres académicos, involucrando a 710 estudiantes. Compararon el desempeño de los estudiantes universitarios a los que se les enseñó precálculo utilizando una calculadora gráfica y un libro de texto diseñado para usarse con dicha herramienta, con el desempeño de los estudiantes que siguieron el enfoque tradicional, utilizando un libro de texto convencional y una calculadora científica. En un examen final común integral, los estudiantes a los que se les enseñó precálculo utilizando la calculadora gráfica obtuvieron puntajes significativamente más altos que aquellos que fueron enseñados con métodos tradicionales. Estos resultados sugieren que la incorporación de la tecnología, específicamente de las calculadoras gráficas, en la enseñanza del cálculo puede tener un impacto positivo considerable en el rendimiento académico de los estudiantes. Las herramientas tecnológicas no solo facilitan la comprensión de conceptos complejos, sino que también pueden hacer el aprendizaje más interactivo y atractivo. Además, estudios como este subrayan la importancia de adaptar los materiales didácticos, como los libros de texto, para maximizar los beneficios de la tecnología en el aula. Al diseñar recursos educativos que integren efectivamente las herramientas tecnológicas, se puede proporcionar a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más rica y efectiva.

Los investigadores [93] realizaron evaluaciones parciales y sistemáticas sobre la influencia de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo. Estas evaluaciones indican una buena aceptación y uso por parte de los estudiantes, así como una mejora en el desempeño de aquellos que utilizan herramientas tecnológicas. Las clases digitales, que incluyen la resolución de problemas, han sido especialmente útiles para estudiantes que necesitan faltar a una clase o que sienten la necesidad de revisar una explicación para reforzar su comprensión. Además, estas clases digitales han ayudado a los estudiantes a entender mejor el proceso de resolución de problemas que no siempre pueden ser abordados completamente en el aula debido al tiempo limitado para desarrollar todos los contenidos relacionados con las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral.

En otra investigación, [44] abordaron el tema del trabajo independiente de los estudiantes y presentaron tres experiencias en el desarrollo de cursos que utilizaron como soporte tecnológico la calculadora Casio ClassPad 300. Esta herramienta facilita el autoaprendizaje de los estudiantes mediante las llamadas e-activities. La calculadora se muestra como una herramienta útil en el proceso de enseñanza-aprendizaje, especialmente como apoyo al trabajo independiente, permitiendo desarrollar habilidades de manera autónoma y creativa. Los estudiantes consideran que la calculadora es una herramienta valiosa, ya que fomenta la autonomía y la creatividad, lo cual aumenta la motivación en la realización de su trabajo. Se comprobó que los estudiantes que asistieron a estos cursos obtuvieron mejores resultados en las evaluaciones realizadas en su curso académico.

En su investigación, [94] estudió la ansiedad en Matemática en las asignaturas de Matemática General, Cálculo Diferencial e Integral, y Ecuaciones Diferenciales, utilizando el instrumento de [64]. El investigador determinó que un porcentaje no muy alto de estudiantes presenta un nivel de ansiedad matemática alto o muy alto, y que las mujeres experimentan mayor ansiedad que los hombres. Además, se identificaron diferencias significativas entre los niveles de ansiedad de los estudiantes de Matemática General y los de Cálculo Diferencial e Integral y Ecuaciones Diferenciales, siendo la ansiedad mayor en las últimas dos asignaturas.

En una investigación más reciente, [95] indicó que el uso de la plataforma Khan Academy permitió fortalecer el aprendizaje de Cálculo I en los temas de derivadas entre los estudiantes del grupo experimental de carreras de ingeniería, quienes lograron mejoras académicas considerables. Además, estos estudiantes demostraron mayor confianza, autonomía y motivación durante el aprendizaje, consolidando sus competencias en cálculo y habilidades lógicas. La utilización de la plataforma en línea permitió rastrear las interacciones de los estudiantes, quienes pudieron beneficiarse de videos educativos, ejercicios resueltos y desafíos de habilidades.

Estos estudios resaltan la importancia de abordar la ansiedad matemática desde múltiples enfoques, incluyendo el uso de tecnologías educativas.

Herramientas como Khan Academy no solo mejoran el rendimiento académico, sino que también fomentan una mayor confianza y autonomía en los estudiantes. La capacidad de rastrear y analizar las interacciones de los estudiantes con el contenido en línea proporciona una valiosa retroalimentación que puede utilizarse para adaptar y mejorar continuamente los métodos de enseñanza.

5.1.3. Ansiedad

La ansiedad matemática consiste en una serie de sentimientos de ansiedad, terror, nerviosismo y síntomas físicos que surgen al hacer matemáticas o abordar temas relacionados [64]. Por otra parte, según [96], la ansiedad se refiere a un estado de agitación e inquietud desagradable caracterizado por la anticipación del peligro, el predominio de síntomas psíquicos y la sensación de catástrofe o de peligro inminente. Es decir, es una combinación de síntomas cognitivos y fisiológicos que se manifiesta como una reacción de sobresalto, donde el individuo trata de buscar una solución al peligro percibido con total nitidez.

[97] señalaron que la ansiedad matemática implica sentimientos de tensión y ansiedad que interfieren con la manipulación de números y la resolución de problemas matemáticos en una amplia variedad de situaciones dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. [98] también indicó que la ansiedad matemática es una manifestación de ansiedad en cualquier tipo de situación en la que se tenga que realizar alguna actividad relacionada con las matemáticas.

Es importante destacar que la ansiedad matemática puede tener resultados negativos en los estudiantes, como evitar carreras universitarias en ingeniería debido al uso frecuente de las matemáticas [99]. Esta evitación puede limitar significativamente las opciones académicas y profesionales de los estudiantes, afectando su futuro de manera considerable.

Por lo tanto, abordar la ansiedad matemática es crucial para mejorar el rendimiento académico y ampliar las oportunidades educativas y profesionales de los estudiantes. Estrategias como la incorporación de tecnologías educativas, la implementación de metodologías pedagógicas innovadoras y el apoyo emocional pueden ser efectivas para reducir la ansiedad y fomentar una actitud más positiva hacia las matemáticas. Al crear un entorno de aprendizaje más accesible y menos intimidante, es posible ayudar a los estudiantes a superar sus miedos y a desarrollar una mayor confianza en sus habilidades matemáticas.

5.1.4. Calculadora Casio fx 570/991

En este trabajo investigativo, es fundamental explorar algunas de las herramientas ofrecidas por Casio. La aplicación Casio EDU+ es una plataforma complementaria para las calculadoras científicas que permite acceder a funciones adicionales no disponibles en la calculadora misma. Para utilizar esta herramienta, es necesario escanear el código QR desde la calculadora ClassWiz, lo que proporciona acceso a características avanzadas. Entre las principales funciones de Casio EDU+ se encuentran la visualización de gráficos en línea, la capacidad de compartir gráficos y fórmulas entre estudiantes y profesores, y la creación de clases en línea. Esta aplicación, que complementa la calculadora Casio $fx - 570/991$, permite al profesor observar y administrar gráficos, tablas y fórmulas en tiempo real, así como visualizar en pantalla los ejercicios realizados por los estudiantes y compartirlos con el grupo de trabajo [47].

Por otro lado, los emuladores son programas que simulan las operaciones de las calculadoras científicas y gráficas en una computadora o dispositivo móvil. Estos emuladores permiten utilizar todas las funciones de una calculadora en un entorno digital, ofreciendo a los docentes una herramienta efectiva para preparar actividades de enseñanza. El uso de emuladores facilita el diseño de actividades de aprendizaje, ya que el software reproduce y muestra las operaciones de manera idéntica a las calculadoras físicas. Además, permite a los docentes crear materiales educativos interactivos para sus clases de matemáticas [48].

5.2. Metodología

5.2.1. Participantes

Los participantes de este estudio fueron estudiantes de primer año de Ingeniería en educación superior en Ecuador, correspondientes al período académico 2021. La participación en el estudio fue completamente voluntaria y anónima, garantizando que los datos recolectados se mantuvieran confidenciales. La muestra consistió en $n = 30$ estudiantes, con una edad promedio de entre 18 y 20 años, que están en su primer año de universidad. Esta muestra representativa permite obtener una visión inicial de cómo los estudiantes de primer año en esta disciplina manejan la ansiedad en relación con el uso de herramientas tecnológicas en el estudio de Cálculo Diferencial e Integral.

5.2.2. Instrumento

En esta investigación se utiliza un Factor del instrumento Escala de Actitud hacia las Matemáticas (EAM) de Auzmendi [72], específicamente el Factor de Ansiedad. La EAM permite realizar un análisis exhaustivo de la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes, recogiendo los factores más significativos para su estudio [72]. La EAM consta de 25 ítems en una escala Likert de cinco puntos, que varía de uno (totalmente en desacuerdo) a cinco (totalmente de acuerdo). Al igual que en otras investigaciones (e.g., [100]; [73]), se ha eliminado el tercer elemento de la escala Likert, presente en la versión original de la EAM, con el propósito de alentar a los estudiantes a indicar un nivel de certeza más claro en sus respuestas.

La EAM establece cinco factores: agrado, ansiedad, motivación, utilidad y confianza. En esta investigación, se trabaja específicamente con el Factor Ansiedad, adaptando las preguntas a la asignatura de Cálculo, tal como se ha hecho en estudios previos (e.g., [74]). Dentro del Factor Ansiedad, cinco de los ítems tienen un puntaje inverso (ítems $1, 3, 5, 7, 9$). Las respuestas correspondientes a estos ítems deben ser invertidas antes de ser sumadas al puntaje total del Factor Ansiedad.

Para obtener el resultado parcial para cada factor, se suman las puntuaciones obtenidas en los ítems correspondientes. La Tabla 5.1 presenta los ítems del Factor Ansiedad, proporcionando una visión detallada de los elementos específicos que se evalúan en relación con la ansiedad matemática en la asignatura de Cálculo.

Tabla 5.1. Medias y desviación estándar de cada ítemdel G1 y G2.

No	Pregunta
1R	La asignatura de Cáclulo Diferencial e Integral se me da bastante mal.
2	Estudiar o trabajar con Cáclulo Diferencial e Integral es una de las asignaturas que más temo.
3R	El Cáclulo Diferencial e Integral es una de las asignaturas que más temo.
4	Tengo confianza en mí mismo/ a cuando enfrento a un problema de Cáclulo Diferencial e Integral.
5R	Cuando me enfrento a un problema de Cáclulo Diferencial e Integral me siento incapaz de pensar con claridad.
6	Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de Cáclulo Diferencial e Integral.
7R	Trabajar con Cáclulo Diferencial e Integral hace que me sienta nervioso/a.
8	No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de Cáclulo Diferencial e Integral
9R	El Cáclulo Diferencial e Integral hacen que me sienta incómodo/a y nervioso/a.

5.2.3. Análisis de datos

Esta investigación se considera un estudio cuantitativo. Para determinar la fiabilidad de los resultados obtenidos, se analizó la consistencia interna de las escalas mediante la prueba alfa de Cronbach. Según [101], en el test del Factor Ansiedad aplicado en el momento 1, el valor del alfa de Cronbach fue de 0.76, lo que indica una consistencia interna aceptable. En el momento 2, el alfa de Cronbach aumentó a 0,81, reflejando una consistencia interna buena.

Para determinar la validez del cuestionario, se empleó el método del Análisis Factorial Exploratorio. Se realizaron dos pruebas clave para evaluar la adecuación de los datos: la prueba Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) y la prueba de Esfericidad de Bartlett (BTS). La prueba KMO arrojó un valor de 0,71, que sugiere una adecuación aceptable para el análisis factorial. Además, la prueba de Esfericidad de Bartlett fue significativa $(p < 0{,}01)$, lo que indica que las correlaciones entre los ítems no conforman una matriz de identidad, y por lo tanto, el análisis factorial es adecuado para estos datos.

Los factores extraídos en el análisis explican el 71 % de la varianza total de los datos, lo que indica una capacidad sólida del cuestionario para capturar la variabilidad en las respuestas. Las correlaciones entre los ítems corregidos de la escala oscilaron entre 0,42 y 0,72. Estos valores sugieren que los ítems están suficientemente relacionados entre sí para formar factores coherentes y que no es necesario eliminar ningún ítem del cuestionario. En resumen, los resultados del análisis factorial respaldan la validez del cuestionario, confirmando que es una herramienta adecuada para medir el Factor de Ansiedad en la Escala de Actitud hacia las Matemáticas.

Todos los cálculos de estadística descriptiva e inferencial se realizaron utilizando la calculadora CASIO $fx570/99$, la CASIO $CG50$ y la herramienta en línea ClassPad.net, que permitieron un análisis detallado y preciso de los datos.

5.3. Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para responder a la pregunta de investigación propuesta. La ansiedad de los estudiantes se midió en dos momentos distintos. El primer momento (M1) se llevó a cabo después de finalizar la parte teórica y práctica de las derivadas e integrales sin el uso de tecnología. El segundo momento (M2) se realizó al concluir el tema de aplicación de las derivadas e integrales, en el cual se utilizó la calculadora Casio $fx - 991$ y la plataforma en línea Casio ClassPad.net como soporte tecnológico.

La comparación de los niveles de ansiedad entre estos dos momentos permitirá evaluar el impacto del uso de tecnología en la reducción de la ansiedad de los estudiantes durante el estudio de Cálculo Diferencial e Integral. Los resultados obtenidos en cada momento serán analizados para determinar si la integración de herramientas tecnológicas contribuye a una disminución significativa en los niveles de ansiedad reportados por los estudiantes.

5.3.1. Materiales

El software utilizado en el segundo momento de la investigación es el emulador de la calculadora Casio CLASSWIZ $fx - 570/991$. Este emulador, desarrollado por Casio, está diseñado para facilitar el acceso de los estudiantes a la tecnología avanzada, con el objetivo de mejorar su aprendizaje y apoyar a los profesores en la gestión del aula. El emulador está disponible en la página oficial de Casio y proporciona una representación virtual del modelo de calculadora $fx - 570/991$.

La calculadora $fx - 570/991$ cuenta con 552 funciones que abarcan una amplia gama de temas matemáticos, incluyendo Álgebra Lineal, Física, Cálculo Diferencial e Integral, Estadística y Probabilidad, Trigonometría y Matemática Discreta. Aunque no es una calculadora gráfica per se, el modelo incluye una opción QR que permite generar gráficos mediante la aplicación ClassPad.net, como se ilustra en la Figura 5.1. ClassPad.net es un servicio web que ofrece herramientas para realizar cálculos complejos, graficar funciones, utilizar un sistema de álgebra computarizada (CAS) y un sistema de estadística.

Además, ClassPad.net permite manipular una amplia variedad de contenidos matemáticos de manera intuitiva y con operaciones simples. Un aspecto destacado de esta plataforma es su capacidad para compartir material con otras personas en la web, promoviendo la colaboración y el intercambio de recursos educativos. Esta funcionalidad adicional contribuye a una experiencia de aprendizaje más interactiva y enriquecedora para los estudiantes.

5.3.2. Problemas

A continuación, se presentan algunos de los ejemplos utilizados en las clases de la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral durante el segundo momento de la investigación. No se incluyen ejercicios del primer momento, ya que el objetivo principal es evaluar el impacto del uso de la calculadora en la resolución de problemas.

Es fundamental señalar que la calculadora se emplea como una herramienta de apoyo, y no como una solución directa a los problemas. Los estu-

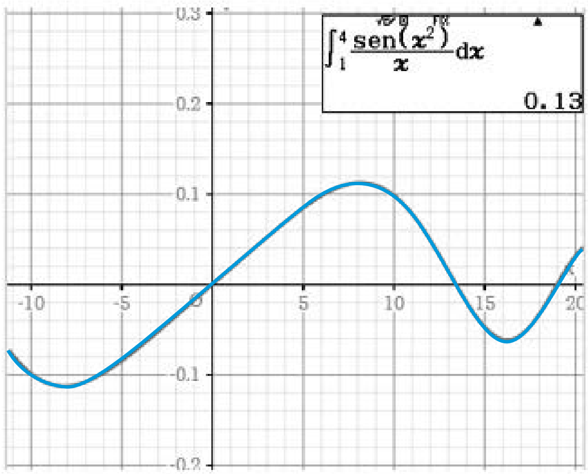


Figura 5.1. Gráfica de una función generada con la calculadora Casio fx-570/991 y ClassPad.net.

diantes utilizan la calculadora para verificar resultados y procesos, así como para realizar gráficos y extraer conclusiones. Este enfoque permite a los estudiantes centrarse en el razonamiento y la resolución efectiva de problemas, en lugar de depender únicamente de la calculadora para obtener respuestas.

Los problemas seleccionados para este estudio son comunes en la asignatura y presentan múltiples facetas, lo que requiere que los estudiantes reflexionen y razonen antes de comenzar la fase de desarrollo. Estos ejemplos se han tomado del libro de [102], conocido por su enfoque en problemas representativos y desafiantes dentro del campo del Cálculo Diferencial e Integral. La selección de estos problemas busca ofrecer una visión representativa del impacto del uso de la calculadora en un contexto académico real.

Problema 1: Se desea diseñar una hoja para un libro con un área total de $600cm^2$. Se planea incluir márgenes en la hoja: $2cm$ en los márgenes superior e inferior, $2cm$ en el margen izquierdo y $1cm$ en el margen derecho. El objetivo es determinar las dimensiones de la hoja de modo que el área de la parte escrita (es decir, el área restante después de considerar los márgenes) sea máxima.

Proceso: Se genera la ecuación del área de la hoja.

$$A = x\dot{y} = 600$$

$$y = \frac{600}{x}$$

Se debe considerar los valores de los márgenes que se disminuye.

$$(x-3)(y-4) = xy - 4x - 3y + 12$$

Entonces, se reemplaza el valor de y.

$$f(x) = \frac{600}{x}x - 4x - 3\frac{600}{x} + 12$$

Se reduce,

$$f(x) = 612 - 4x - \frac{1800}{x}$$

Una vez obtenida la función que describe el área escrita en la hoja, los estudiantes pueden explorar varias alternativas para encontrar el valor máximo. En este caso, se presentan tres enfoques diferentes:

1. Alternativa 1: Resolución Manual Los estudiantes resuelven el problema manualmente. Esto implica derivar la función que representa el área escrita en función de las dimensiones de la hoja, encontrar la derivada primera, igualarla a cero para determinar los puntos críticos y luego verificar cuál de estos puntos proporciona el área máxima mediante el uso de la segunda derivada o pruebas de borde.
2. Alternativa 2: Uso de la Calculadora Los estudiantes utilizan la calculadora para comprobar los resultados obtenidos manualmente. En este procedimiento, se emplea el menú de cálculo de la calculadora, que permite utilizar la opción de derivada para encontrar la derivada de la función y la función "Solve"para resolver las ecuaciones derivadas. Este método ayuda a verificar la exactitud de los resultados manuales y facilita la resolución de ecuaciones complejas, ver la Figura 5.2.
3. Alternativa 3: Uso de la Plataforma ClassPad.net Los estudiantes emplean la plataforma en línea ClassPad.net para resolver el problema. ClassPad.net proporciona herramientas avanzadas para graficar funciones, calcular derivadas y resolver ecuaciones simbólicamente. Los

estudiantes pueden ingresar la función del área escrita, graficarla y utilizar las herramientas de optimización para encontrar el valor máximo de manera visual e interactiva. En este proceso los estudiantes, con la ayuda de la calculadora y la herramienta ClassPad.net realizan la gráfica y se analiza el punto máximo. Concretamente, se utiliza el menú tabla, posteriormente se genera el código QR, con la herramienta ClassPad se utiliza la función Max, , ver la Figura 5.2.

Cada una de estas alternativas permite a los estudiantes explorar diferentes métodos para resolver el problema y verificar la solución obtenida, proporcionando una comprensión más profunda del proceso de optimización y el uso de la tecnología en matemáticas

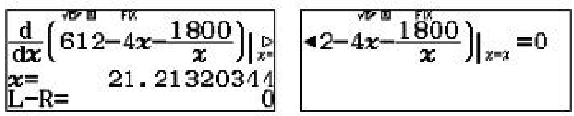


Figura 5.2. Proceso en la calculadora.

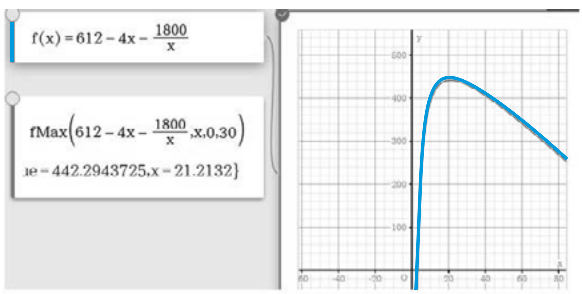


Figura 5.3. Gráfica de la función $f(x)$.

Entonces se puede determinar y:

$$y = \frac{600}{x}$$

$$y = \frac{600}{21{,}21} = 28{,}29$$

Para que la hoja tenga un área máxima $x = 21{,}21$; $y = 28{,}29$.

En la Figura 2 se puede observar que el máximo del área escrita se encuentra en $x = 21{,}21$. Este resultado se puede determinar utilizando la función Max o explorando los valores en la gráfica correspondiente. La función Max permite encontrar el valor máximo de la función de área escrita, mientras que la gráfica proporciona una representación visual que facilita la identificación del punto máximo.

Al final del proceso, los estudiantes analizan y comparan los resultados obtenidos a través de las tres alternativas mencionadas: la resolución manual, el uso de la calculadora y el empleo de la plataforma ClassPad.net. Esta discusión les permite evaluar la precisión y eficiencia de cada método y entender cómo cada herramienta contribuye a la resolución del problema de optimización.

Problema 2. Dada la función $f(x) = \frac{sin 3x^2+7x}{tan x-9}$ calcular en el punto $\left(\frac{\pi}{2}, -2{,}80\right)$:

1. La longitud de la tangente.
2. La longitud de la normal.

Longitud de la tangente:

$$\frac{y_1}{\frac{dy}{dx}}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

Para calcular la longitud de la tangente y la normal, los estudiantes primero resuelven los problemas manualmente. Esto incluye derivar las funciones necesarias y aplicar las fórmulas para encontrar la longitud de la tangente y la normal en el punto dado. Una vez que han obtenido las soluciones manualmente, los estudiantes utilizan la calculadora para verificar sus resultados. Esta comprobación les permite confirmar la precisión de sus cálculos y entender mejor el uso práctico de la calculadora en la resolución de problemas matemáticos complejos.

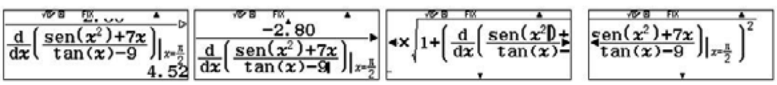


Figura 5.4. Proceso para calcular la longitud de la tangente y la normal.

En este caso, el resultado indica que la longitud de la tangente es $4{,}52u$. Esta verificación con la calculadora ayuda a asegurar que los cálculos realizados manualmente sean correctos y ofrece a los estudiantes una herramienta adicional para la resolución de problemas, ver la Figura 5.4.

Por otro lado, la longitud de la normal se representa mediante la fórmula: $y_1\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$, ver la Figura 5.5.

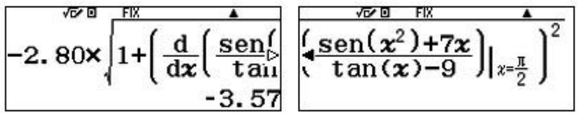


Figura 5.5. Longitud normal.

En este caso, la longitud de la normal es $3{,}57u$. Los estudiantes realizan una comprobación del proceso manual y del resultado obtenido con la calculadora. Si encuentran discrepancias entre ambos resultados, investigan el error y lo corrigen hasta llegar a la solución correcta. Este proceso de verificación asegura la precisión y la correcta aplicación de los métodos de resolución.

Problema 3. Dada la función $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ calcular en el punto $P(\pi, 3{,}079)$

1. La ecuación de la tangente.
2. La ecuación de la normal.

Para obtener la ecuación de la recta tangente es necesario trabajar con laecuación punto pendiente de la recta es $y - y_1 = m\,(x - x_1)$. En esta expresión senecesita obtener la pendiente en el punto P. La pendiente en el punto P se puede obtener con la primera derivada, y evaluando el valor de $x = \pi$, ver la Figura 5.6.

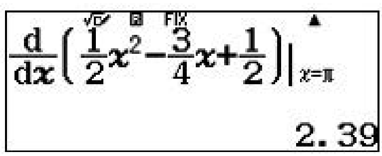


Figura 5.6. Recta tangente.

Entonces, $y - 3{,}079 = 2{,}39(x - \pi)$

Por tanto, la ecuación de la recta tangente queda definida de la siguiente manera: $y = 2{,}39x - 4{,}43$

En este apartado, se obtendrá la ecuación de la recta normal. Es importante recordar que la recta normal es perpendicular a la recta tangente. Por lo tanto, la pendiente de la recta normal es el negativo recíproco de la pendiente de la recta tangente. Si la pendiente de la recta tangente es m_t , entonces la pendiente de la recta normal m_n se define como:

$$m_n = \frac{1}{-m_t}$$

$$y - 3{,}079 = \frac{1}{-2{,}39}\,(x - \pi)$$

Por tanto, la ecuación de la recta normal queda definida de la siguiente manera $y = -0{,}42x + 4{,}39$.

En este problema, los estudiantes obtienen la pendiente de la recta normal utilizando la calculadora, lo que facilita el proceso para determinar tanto la recta tangente como la recta normal. Además, para ayudar a los estudiantes a comprender el problema de manera más visual, se realizan las gráficas correspondientes utilizando ClassPad.net. La Figura 5.7 muestra la gráfica de la función (en azul), la recta tangente (en rojo) y la recta normal (en verde). Este enfoque visual permite a los estudiantes observar claramente cómo las rectas tangente y normal se relacionan con la función en el punto de tangencia.

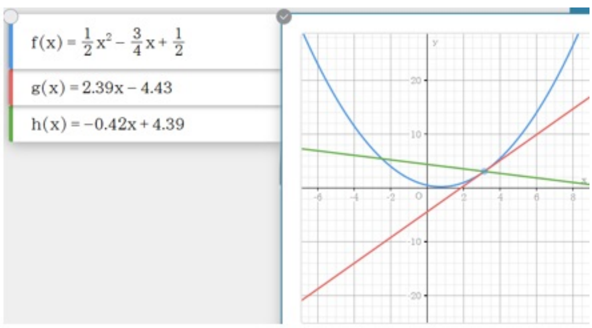


Figura 5.7. Gráfica de la función f(x), la tangente y normal.

Problema 4. Estudiar los intervalos donde la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x$ es creciente y decreciente.

El intervalo en el que la función $f(x)$ es creciente se determina utilizando el criterio de la primera derivada: la función es creciente cuando $f'(x) > 0$.

Por otro lado, para que $f(x)$ sea decreciente, la primera derivada debe cumplir $f'(x) < 0$. Por lo tanto, se debe calcular la primera derivada de la función para identificar estos intervalos de crecimiento y decrecimiento. Este análisis ayuda a entender el comportamiento de la función en diferentes regiones de su dominio.

$$f'(x) = x^2 - x - 6$$

$$x^2 - x - 6 > 0$$

Creciente: $(x-3)(x+2) > 0$ Decreciente: $(x-3)(x+2) < 0$

En este caso, se han encontrado dos valores críticos: $x_1 = 3$ y $x_2 = -2$. Estos valores dividen el dominio de la función en intervalos que se analizarán para determinar si la función es creciente o decreciente en cada uno de estos intervalos.

Para obtener los intervalos en los que la función $f(x)$ es creciente o decreciente, se deben resolver las desigualdades derivadas de la primera derivada. En este caso, los estudiantes realizan la gráfica de la primera derivada para visualizar los intervalos. La Figura 5.8 muestra la gráfica correspondiente, en la que se puede observar claramente los intervalos donde $f'(x) > 0$ (creciente) y $f'(x) < 0$ (decreciente). Esta representación gráfica ayuda a los estudiantes a interpretar los resultados y a identificar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función de manera más intuitiva.

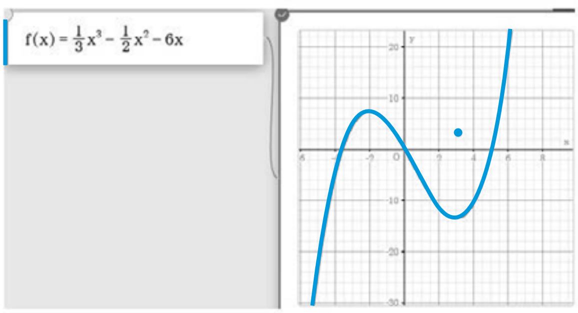


Figura 5.8. Gráfica de la función $f(x)$.

En base al análisis de la Figura 5.8, se puede determinar que la función

$f(x)$ es creciente en los intervalos $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ y decreciente en el intervalo $(-2, 3)$. Esta información, obtenida a partir de la gráfica de la primera derivada, permite a los estudiantes comprender mejor el comportamiento de la función en distintos segmentos de su dominio, facilitando así la resolución de problemas relacionados con el crecimiento y decrecimiento de funciones en el estudio del Cálculo Diferencial.

Problema 5. Determina las coordenadas del punto de inflexión y los intervalos deconcavidad para la función $f(x) = -2x^3 + 9x^2 + 60x$.

Una función tiene su punto de inflexión en $(x_0, f(x_0))$ si $f''(x_0) = 0$ Por tanto, se encuentra la primera derivada.

$$f'(x) = -6x^2 + 18x + 60$$

Se evalúa la derivada de la primera derivada en la calculadora, ver la Figura 5.9, es decir, la segunda derivada de la función $f(x)$. Esta evaluación permite determinar la concavidad de la función y los puntos de inflexión. Al analizar la segunda derivada, los estudiantes pueden identificar dónde la función es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.

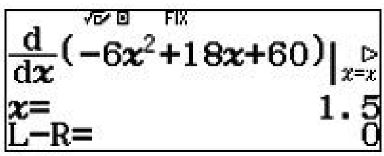


Figura 5.9. Evaluar la primera derivada de $f(x)$.

El valor de x se sustituye en la función, obteniendo así el punto de inflexión en $(1{,}5, 103{,}5)$. Este punto indica donde la concavidad de la función cambia, lo que es crucial para entender el comportamiento de la función en diferentes intervalos. Los estudiantes realizan este análisis manualmente y con el uso de la calculadora para verificar los resultados. Esta doble verificación ayuda a consolidar su comprensión y a corregir posibles errores, asegurando una solución precisa.

Se procede a obtener los intervalos de concavidad. Para que una función sea cóncava hacia arriba, se debe determinar que la segunda derivada de la función sea mayor que cero $f''(x) > 0$. Por otro lado, para que la función sea cóncava hacia abajo, se debe cumplir que la segunda derivada sea menor que cero.

$$f''(x) = -12x + 18$$

$$-12x + 18 > 0$$

$$x < \frac{3}{2}$$

Por lo que, el intervalo de concavidad hacia arriba es $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$

Hay que recordar que, para que la función sea cóncava hacia abajo se debe cumplir que $f''(x) < 0$

$$f''(x) = -12x + 18$$

$$-12x + 18 < 0$$

$$x > \frac{3}{2}$$

Por lo que, el intervalo de concavidad hacia arriba es $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

Se genera la gráfica para una mejor comprensión del tema. La Figura 5.10 representa la gráfica de la función para su comprobación. Los estudiantes utilizan ClassPad.net para trazar la gráfica, lo que les permite visualizar claramente los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión. La visualización gráfica facilita la comprensión del comportamiento de la función en diferentes intervalos y cómo se relaciona con las derivadas primera y segunda.

Problema 6. Determinar el valor de la integral $\int_{e}^{e^2} \frac{cos(lnx)}{x} dx$

Para resolver la integral, se utiliza el método de integración por sustitución. A continuación, se muestra el procedimiento paso a paso:

$$u = ln(x)$$

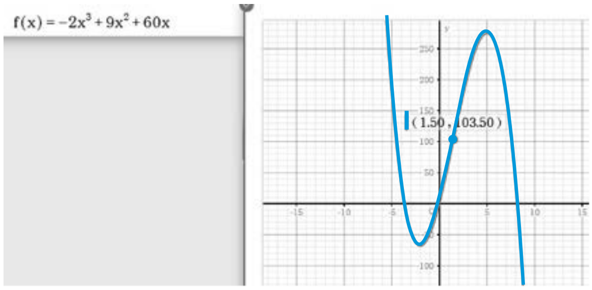


Figura 5.10. Gráfica de la función $f(x)$, punto de inflexión.

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x}$$
$$dx = xdu$$

entonces,

$$\int cos\,(u)\,du = sin\,(u)$$

$$\int \frac{cos\,(ln\,(x))}{x} dx = sin\,(ln\,(x)) + c$$

$$\int_{e}^{e^2} \frac{cos\,(lnx)}{x} dx = [sin\,(ln\,(x))]_e^{e^2} = \left(sin\,\left(ln\,\left(e^2\right)\right) - sin\,(ln\,(e))\right) = 0{,}07$$

El resultado de la integral es 0,07. Los estudiantes utilizan la calculadora (ver la Figura 5.11) para verificar este resultado, asegurándose de que es correcto. Esta verificación con la calculadora no solo confirma la precisión de sus cálculos manuales, sino que también refuerza su confianza en el uso de herramientas tecnológicas para el aprendizaje de conceptos complejos. La validación del resultado mediante la calculadora proporciona una retroalimentación inmediata, lo cual es esencial para consolidar el conocimiento y reducir la ansiedad asociada con la resolución de problemas matemáticos.

Problema 7. Encontrar el área limitada por el eje x, la función $f(x) = cosx$ y las rectas $x = 0$ y $x = \pi$.

Se genera la respectiva gráfica con la herramienta ClassPad.net, lo cual

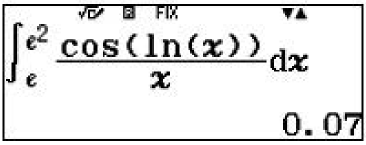


Figura 5.11. Proceso en la calculadora.

permite realizar las operaciones correctas para la obtención del área total. La Figura 5.12 muestra la gráfica de las funciones. Esta visualización gráfica es crucial, ya que facilita la comprensión de la relación entre las funciones y el área calculada, proporcionando a los estudiantes una representación visual que complementa y verifica los resultados obtenidos analíticamente.

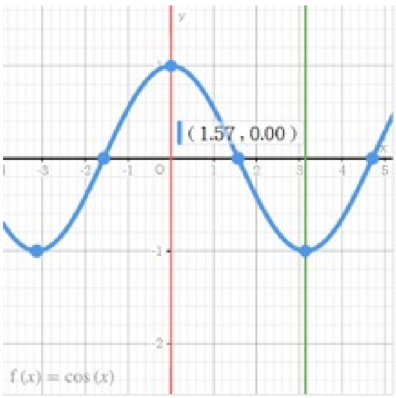


Figura 5.12. Gráfica de la función $f(x)$, área.

La Figura 6 indica que existen dos áreas. La primera área está comprendida entre 0 y el punto de corte de la función $f(x)$ en $x = 1{,}57$. La segunda área que se debe considerar se extiende desde $x = 1{,}57$ hasta $x = \pi$.

Se procede a calcular la integral de la función en los intervalos establecidos para obtener el área bajo la curva.

$$\int cos\,(x)\,dx = sin\,(x) + c$$

$$\int_{0}^{1{,}57} cos\,(x)\,dx = [sin\,(x)]_{0}^{1{,}57} = (sin\,(1{,}57) - sin\,(0)) = 1u^2$$

$$\int_{1{,}57}^{\pi} cos\,(x)\,dx = [sin\,(x)]_{1{,}57}^{\pi} = (sin\,(\pi) - sin\,(1{,}57)) = -1u^2$$

En el caso de la segunda área, el resultado es negativo porque la función se encuentra debajo del eje x. Por lo tanto, para calcular el área total bajo la curva, es necesario sumar el valor absoluto de ambas áreas. Esta corrección asegura que se contabilice la magnitud completa de las áreas, independientemente de si están por encima o por debajo del eje x, proporcionando así una medida precisa del área total bajo la curva.

$$A_T = |A_1| + |A_2| = |1| + |-1| = 2u^2$$

Los estudiantes explorarán las funciones avanzadas de la calculadora para resolver el problema (ver la Figura 5.13), con el objetivo de verificar la precisión de su trabajo. Utilizarán herramientas como la integración numérica. Este proceso de verificación no solo les permite confirmar la exactitud de sus cálculos, sino que también les ayuda a entender mejor cómo aplicar las funciones de la calculadora en la resolución de problemas matemáticos complejos.

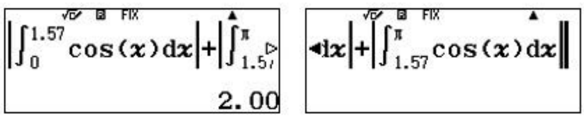


Figura 5.13. Proceso de integrales.

Se puede observar la Figura 5.13 que los resultados obtenidos manualmente coinciden con los resultados proporcionados por la calculadora. Esta concordancia valida la precisión del proceso de resolución y refuerza la confianza en los métodos utilizados.

Problema 8. Determina el área limitada entre las curvas $y = x^3 + 1$ y $x - y + 1 = 0$.

Para resolver este problema, es fundamental definir el límite inferior y superior de integración. Para determinar estos puntos, los estudiantes generan la gráfica correspondiente. La Figura 5.14 ilustra las dos curvas involucradas en el problema, lo que permite identificar visualmente los puntos de intersección y establecer los intervalos de integración adecuados. Esta representación gráfica ayuda a precisar los límites de integración necesarios para calcular el área entre las curvas.

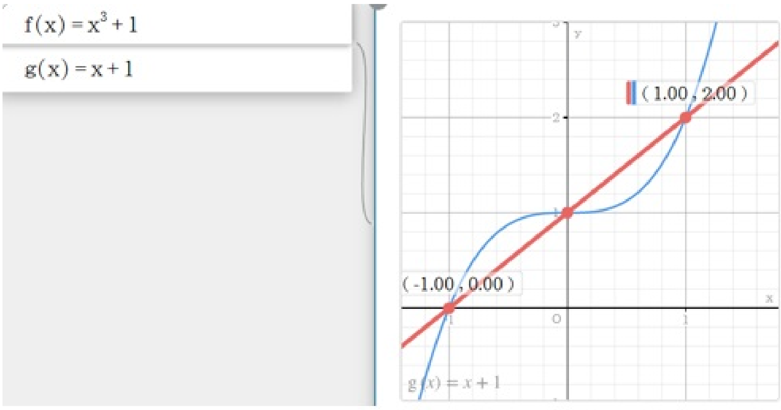


Figura 5.14. Gráfica de la función $f(x), g(x)$, área.

Es fundamental tener acceso a la gráfica, ya que proporciona información clave para calcular el área solicitada. En particular, la Figura 5.14 revela que hay dos áreas distintas delimitadas por las dos curvas. Por lo tanto, es necesario calcular cada una de estas áreas por separado para obtener el área total deseada. Esta gráfica permite identificar con precisión los intervalos de integración y facilita el proceso de cálculo al mostrar visualmente las regiones relevantes.

Es necesario integrar las dos curvas y resolver las integrales definidas correspondientes. Es importante recordar que el valor de la integral representa el área debajo de la curva y el eje x. En este caso, dado que ambas áreas están por encima del eje x, el resultado de ambas integrales será positivo. Esto garantiza que se está calculando correctamente el área total sin necesidad de ajustar los signos, ya que todas las áreas consideradas están en el cuadrante positivo.

$$\int (x^3 + 1)\, dx = \frac{x^4}{4} + x + c$$

$$\int (x + 1)\, dx = \frac{x^2}{2} + x + c$$

A continuación, se realiza el cálculo del área comprendida en el intervalo $[-1, 0]$. Este proceso implica integrar la función en ese intervalo específico para obtener el área bajo la curva. La integral definida para este intervalo proporcionará el valor numérico del área total en esa región, permitiendo una evaluación precisa del área solicitada.

$$\int_{-1}^{0} \left(x^3 + 1\right) dx = \left[\frac{x^4}{4} + x\right]_{-1}^{0} = \left(\frac{0^4}{4} + 0\right) - \left(\frac{(-1)^4}{4} - 1\right) = \frac{3}{4}$$

$$\int_{-1}^{0} (x + 1)\, dx = \left[\frac{x^2}{2} + x\right]_{-1}^{0} = \left(\frac{0^2}{2} + 0\right) - \left(\frac{(-1)^2}{4} - 1\right) = \frac{1}{2}$$

$$A_1 = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}u^2$$

Por otro lado, se procede a realizar el cálculo del área comprendida en losintervalos $[0, 1]$.

$$\int_{0}^{1} \left(x^3 + 1\right) dx = \left[\frac{x^4}{4} + x\right]_{0}^{1} = \left(\frac{1^4}{4} + 1\right) - \left(\frac{(0)^4}{4} + 0\right) = \frac{5}{4}$$

$$\int_{0}^{1} (x + 1)\, dx = \left[\frac{x^2}{2} + x\right]_{0}^{1} = \left(\frac{1^2}{2} + 1\right) - \left(\frac{(0)^2}{4} + 0\right) = \frac{3}{2}$$

$$A_2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{1}{4}u^2$$

$$A_T = A_1 + A_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}u^2$$

Al finalizar el cálculo manual, se utiliza la calculadora (ver la Figura 5.15) para verificar la precisión de la respuesta obtenida.

Como se puede observar en los problemas anteriores, la calculadora se emplea principalmente como una herramienta de apoyo en lugar de resolver el problema en su totalidad. Su uso permite verificar resultados, realizar cálculos complejos y generar gráficos, lo que facilita el desarrollo de los pro-

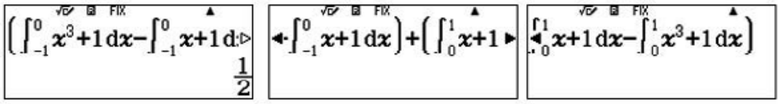


Figura 5.15. Proceso en la calculadora.

blemas. En muchos casos, el acceso a gráficos es crucial para la correcta resolución de problemas, ya que proporcionan una representación visual que ayuda a comprender y analizar los datos de manera más efectiva. La calculadora, por lo tanto, complementa el proceso de aprendizaje al ofrecer herramientas que apoyan la resolución manual de los problemas matemáticos.

5.3.3. Estudio de la ansiedad de los estudiantes

En este apartado se analiza la ansiedad de los estudiantes mediante la evaluación de la media y la desviación estándar de las puntuaciones obtenidas en cada una de las preguntas del cuestionario. La encuesta se administra en dos momentos: antes y después del uso de la calculadora. Es importante considerar que la escala está codificada de tal manera que una puntuación más alta indica una menor ansiedad [103]. Esta metodología permite comparar las puntuaciones de ansiedad antes y después de la intervención tecnológica, proporcionando una medida del impacto que el uso de la calculadora puede tener en la reducción de la ansiedad matemática de los estudiantes.

La Tabla 5.2 presenta la media $(\bar{x})$ y la desviación estándar σ de las puntuaciones otorgadas por los estudiantes en relación con el Factor Ansiedad. En el primer momento (M1), la puntuación más baja, que indica mayor ansiedad, se registró en la pregunta 6 (Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de Cálculo), con una media de 2,01. En el segundo momento (M2), la puntuación más baja se observó en la pregunta 7 (Trabajar con Cálculo hace que me sienta nervioso/a, pregunta invertida), con una media de 2,55. El promedio general de las respuestas en el Factor Ansiedad fue de 1,89 en M1 y 2,33 en M2. Estos resultados sugieren una reducción en la ansiedad matemática tras la intervención tecnológica, dado que el promedio de las puntuaciones aumentó, reflejando una disminución en el nivel de ansiedad reportado por los estudiantes.

Tabla 5.2. Medias y desviación estándar de cada ítemdel M1 y M2.

No	Pregunta	GE		GC	
		x	SD	x	SD
1R	La asignatura de Cálculo Diferencial e Integral se me da bastante mal.	1.93	0.57	2.00	0.58
2	Estudiar o trabajar con Cálculo Diferencial e Integral es una de las asignaturas que más temo.	2.00	0.63	2.40	0.55
3R	El Cálculo Diferencial e Integral es una de las asignaturas que más temo.	1.80	0.54	2.47	0.77
4	Tengo confianza en mí mismo/ a cuando enfrento a un problema de Cálculo Diferencial e Integral.	1.87	0.67	2.53	0.62
5R	Cuando me enfrento a un problema deCálculo Diferencial e Integral me siento incapaz de pensar con claridad.	1.60	0.49	1.93	0.51
6	Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de Cálculo Diferencial e Integral.	2.01	0.52	2.47	0.67
7R	Trabajar con Cálculo Diferencial e Integral hace que me sienta nervioso/a.	1.87	0.62	2.55	0.56
8	No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de Cálculo Diferencial e Integral.	2.00	0.52	2.50	0.81
9R	El Cálculo Diferencial e Integral hacen que me sienta incómodo/a y nervioso/a.	1.90	0.54	2.13	0.43

La Figura 5.16 ilustra que, en general, la media de las puntuaciones para todas las preguntas en la encuesta inicial es menor que en la encuesta final, indicando una reducción en la ansiedad reportada. Para determinar si estas diferencias son estadísticamente significativas, se realizó una prueba $t - Student$. En particular, para las preguntas $P1$ (La asignatura de Cálculo se me da bastante mal) y $P9$ (El Cálculo hace que me sienta incómodo/a y nervioso/a), el $p - valor$ es mayor a 0,05, lo que sugiere que no hay diferencias significativas en las puntuaciones de estas preguntas entre la encuesta inicial y la final. Por otro lado, para las demás preguntas, el $p - valor$ es menor a 0,05, indicando que existen diferencias significativas en las medias de las puntuaciones entre las encuestas. La Figura 5.16 proporciona una representación visual de las medias de las puntuaciones correspondientes a cada ítem del Factor Ansiedad en ambas encuestas.

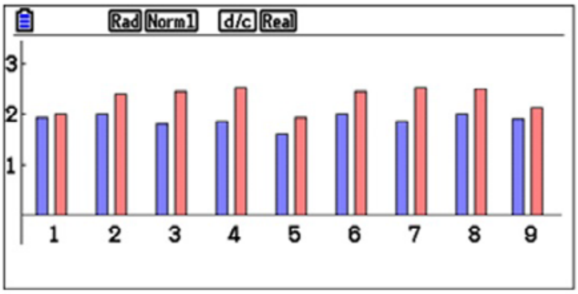


Figura 5.16. Medias de las puntuaciones correspondientes a cada pregunta.

La Figura 5.17 y la Figura 5.18 presentan los diagramas de caja y bigotes para las puntuaciones totales obtenidas por los estudiantes en M1 y M2, respectivamente. Estos diagramas proporcionan una visualización clara de la distribución de las puntuaciones, mostrando el primer cuartil ($Q1$), el tercer cuartil ($Q3$) y la mediana (línea horizontal en el diagrama. En la Figura 5.17, correspondiente al M1, se observa que el 25 % de los estudiantes tienen puntuaciones inferiores a 1,78 (Q1) y el 50 % tienen puntuaciones inferiores a 1,89 (Q2). También se identifica un valor atípico de 1,44. En contraste, la Figura 5.18 para el M2 muestra que el 25 % de los estudiantes tienen puntuaciones inferiores a 2,22 (Q1) y el 50 % tienen puntuaciones inferiores a 2,33 (Q2). Además, se identifica un valor atípico de 2,78. Estos diagramas evidencian que las puntuaciones totales en M2 son significativamente más altas que en M1, indicando una mejora en la percepción de ansiedad de los estudiantes después del uso de la calculadora y las herramientas tecnológicas.

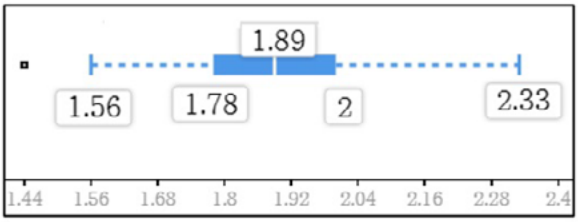


Figura 5.17. Puntuaciones totales de M1.

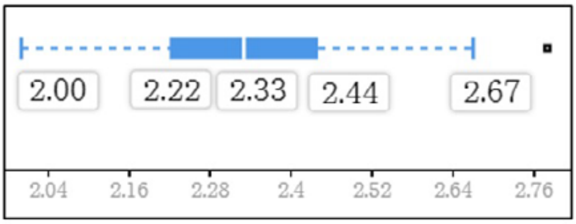


Figura 5.18. Puntuaciones totales de M2.

Además, se realizó un análisis estadístico para determinar si existían diferencias significativas entre las medias de las puntuaciones obtenidas en las encuestas M1 y M2. Se aplicó el test $t - Student$ de dos colas con un nivel de significación del 5 % ($\alpha = 0{,}05$). Los resultados mostraron un valor $p < 0{,}01$, lo que indica diferencias significativas entre las medias de los dos momentos. Específicamente, los estudiantes obtuvieron puntuaciones más altas en M2 en comparación con M1, lo que sugiere una reducción significativa en la ansiedad matemática tras el uso de la calculadora y las herramientas tecnológicas.

5.4. Conclusiones

El propósito de esta investigación fue examinar si la utilización de la calculadora puede reducir la ansiedad en el estudio de Cálculo Diferencial e Integral entre los estudiantes de primer año de Ingeniería. Para abordar esta cuestión, se pidió a los estudiantes que resolvieran un conjunto de problemas utilizando la calculadora y se les aplicó el test del Factor de Ansiedad. Se analizaron los puntajes de la media aritmética de cada pregunta para los momentos 1 y 2.

Los resultados mostraron que los estudiantes presentaron un alto nivel de ansiedad en ambos momentos de la evaluación. Estos hallazgos sugieren que, de acuerdo con [77], la ansiedad en este grupo de estudiantes es significativa y tiene un impacto negativo en su aprendizaje de Cálculo Diferencial e Integral. En línea con los argumentos de [87], se observó que un menor nivel de ansiedad podría mejorar el rendimiento académico de los estudiantes.

Es relevante destacar que el Factor de Ansiedad representa el 36 % de los ítems del cuestionario de actitudes hacia las matemáticas de [72], lo que subraya la influencia considerable de la ansiedad en la actitud del estudiantado hacia el estudio de Cálculo Diferencial e Integral. Por tanto, coincidimos con [104] en que mantener actitudes positivas hacia las matemáticas es crucial para un buen desempeño académico.

Un hallazgo significativo de esta investigación es que, en el momento 2, cuando se emplea la tecnología, específicamente el uso de la calculadora y la herramienta ClassPad.net, se observa una disminución considerable en la ansiedad de los estudiantes hacia la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral. Este resultado sugiere que la tecnología tiene una influencia positiva en la reducción de la ansiedad. La utilización de herramientas tecnológicas permite a los estudiantes verificar la corrección de su trabajo y acceder a representaciones gráficas de las funciones, lo que facilita la comprensión y la validación de sus resultados. Es relevante mencionar que, a medida que avanza el curso, la actitud de los estudiantes puede decrecer, como señala [105]. En consonancia con [84], quienes argumentan que el uso de herramientas digitales puede empoderar a los estudiantes, reduciendo sus niveles de ansiedad y mejorando el proceso de asimilación del conocimiento, estos resultados destacan la importancia de integrar tecnologías en la educación. [106] también subraya la necesidad de un currículo que incorpore estas tecnologías como instrumentos auténticos y que considere sus implicaciones cognitivas y afectivas. Por tanto, es esencial aprovechar estos recursos tecnológicos para optimizar el proceso de enseñanza y aprendizaje en matemáticas.

Los docentes a menudo utilizan la calculadora de manera limitada o muy ocasional como herramienta en la enseñanza de matemáticas. Es crucial que se integre esta herramienta en las actividades de manera más consistente, para motivar y captar el interés de los estudiantes.

En futuras investigaciones, se explorará la relación entre el uso de la calculadora, la ansiedad hacia el Cálculo Diferencial e Integral y el rendimiento académico de los estudiantes. Este enfoque permitirá evaluar cómo la incorporación de la tecnología puede impactar no solo en la reducción de la ansiedad, sino también en la mejora del logro académico en la materia.

Capítulo 6

El uso de la calculadora en la asignatura Cálculo 1

El propósito de esta investigación fue evaluar el impacto del uso de calculadoras en la autoeficacia percibida por los estudiantes en la asignatura de Cálculo I. Para este estudio, se seleccionó una muestra de 64 estudiantes de Ingeniería, quienes participaron en una evaluación pre y post curso, utilizando la Escala de Fuentes de Autoeficacia en Matemáticas (SSEMS), un cuestionario validado compuesto por 24 ítems diseñado para medir la autoeficacia en contextos matemáticos. Los participantes estuvieron inscritos en un curso virtual que abarcaba los temas de Cálculo Diferencial e Integral, donde se integró el uso de la calculadora como herramienta didáctica.

Este enfoque metodológico permitió observar el efecto directo del uso de la tecnología en el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos. Los resultados obtenidos revelan que, tras completar el curso, los estudiantes experimentaron un incremento significativo en su nivel de autoeficacia hacia las matemáticas. Este hallazgo es consistente con la teoría social cognitiva de Bandura, que sugiere que el dominio de habilidades mediante el uso de herramientas adecuadas puede mejorar la percepción de autoeficacia de los estudiantes. Además, estos resultados son coherentes con estudios previos que han demostrado que la integración de tecnologías en la enseñanza de las matemáticas no solo facilita la comprensión de conceptos abstractos, sino que también aumenta la confianza de los estudiantes en sus capacidades para resolver problemas matemáticos.

En consecuencia, se recomienda que los docentes promuevan activamente la utilización de la calculadora en el aula, no solo como una herramienta de cálculo, sino como un recurso pedagógico que puede fortalecer la autoeficacia y, por ende, mejorar el rendimiento académico en matemáticas. La implementación de calculadoras en la enseñanza podría facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje al reducir la carga cognitiva asociada con cálculos complejos, permitiendo a los estudiantes concentrarse en la comprensión conceptual y la aplicación de principios matemáticos.

6.1. Introducción

En la actualidad, los profesores de matemáticas se enfrentan a un reto significativo: la marcada disminución en la motivación de los estudiantes hacia esta asignatura, una tendencia documentada en diversas investigaciones ([107], [108], [109]). Esta desmotivación no solo representa un obstáculo en el proceso de enseñanza y aprendizaje, sino que también tiene implicaciones profundas en el desarrollo de las habilidades matemáticas de los estudiantes. La falta de interés y motivación puede llevar a una disminución en el rendimiento académico y en la disposición de los estudiantes para enfrentar problemas matemáticos complejos, afectando su desarrollo a largo plazo. Por lo tanto, es crucial que los docentes cultiven un ambiente educativo que promueva la confianza y la autoeficacia, alentando a los estudiantes a abordar los desafíos matemáticos con un enfoque positivo. La integración de actividades prácticas, juegos educativos y recursos tecnológicos puede jugar un papel fundamental en revertir esta tendencia, transformando la percepción de las matemáticas en una experiencia más dinámica, relevante y enriquecedora para los estudiantes. Estas herramientas no solo facilitan la comprensión de conceptos abstractos, sino que también conectan el aprendizaje matemático con situaciones del mundo real, lo que aumenta la motivación y el compromiso, haciendo que los estudiantes se sientan más competentes y seguros en sus habilidades matemáticas [110].

Por otro lado, la autoeficacia, un concepto desarrollado por el psicólogo Albert Bandura, se refiere a la creencia de un individuo en su capacidad para llevar a cabo con éxito una tarea específica o alcanzar un objetivo particular [111]. Esta percepción de autoeficacia influye profundamente en la manera en que las personas enfrentan los desafíos, se comprometen en actividades y perseveran frente a la adversidad. Según Bandura, la autoeficacia es un factor determinante en la forma en que los individuos abordan situaciones difíciles, ya que aquellos con una alta percepción de autoeficacia son más propensos a asumir riesgos, persistir en el logro de sus metas y recuperarse más rápidamente de los fracasos. Además, Bandura propuso que la autoeficacia no solo afecta el desempeño en diversas áreas de la vida, como el ámbito académico, profesional y personal, sino que también desempeña un papel crucial en la motivación, la toma de decisiones y la resiliencia psicológica [112]. En el contexto educativo, una alta autoeficacia en matemáticas, por ejemplo, puede llevar a los estudiantes a enfrentar problemas complejos con mayor confianza y a mantener su esfuerzo hasta encontrar una solución, lo que resulta en un mejor rendimiento académico y una actitud más positiva hacia la asignatura.

Es así que numerosos estudios han respaldado la importancia de la autoeficacia en el ámbito académico, demostrando que esta está estrechamente vinculada con un mejor rendimiento académico ([113], [114]). Los estudiantes con una alta autoeficacia no solo tienden a abordar los desafíos con mayor confianza, sino que también establecen metas más ambiciosas y muestran una persistencia notable en comparación con aquellos que poseen una baja autoeficacia [73]. Este comportamiento es especialmente relevante en el contexto educativo, donde la capacidad de persistir ante dificultades y de mantener un enfoque positivo frente a los problemas es fundamental para el éxito. Además, la alta autoeficacia contribuye a que los estudiantes adopten estrategias de aprendizaje más efectivas y se involucren de manera más activa en su proceso educativo. Por tanto, es crucial no solo comprender, sino también fomentar la autoeficacia en diversos entornos, dado que puede ser un factor determinante en el éxito personal y profesional de los individuos, influyendo en su capacidad para alcanzar objetivos a largo plazo y superar obstáculos en diferentes aspectos de la vida.

La autoeficacia en las matemáticas está profundamente influenciada por las creencias y expectativas que los estudiantes tienen de sí mismos. Cuando un estudiante se percibe como capaz de manejar desafíos matemáticos y mantiene expectativas positivas sobre su rendimiento, es más probable que desarrolle una mayor autoeficacia en esta área [115]. Estas creencias positivas no solo motivan al estudiante a perseverar en la resolución de problemas, sino que también fomentan una actitud proactiva hacia el aprendizaje. En contraste, las creencias de imposibilidad o el temor al fracaso pueden erosionar la autoeficacia, llevando a una disminución en el desempeño matemático [116]. Es aquí donde el papel de los profesores y padres se vuelve crucial. Ellos pueden ayudar a fortalecer la confianza de los estudiantes al reconocer y celebrar sus logros, así como al brindar apoyo y estímulo cuando enfrentan desafíos en el aprendizaje de las matemáticas [117]. Este reconocimiento y apoyo no solo validan los esfuerzos de los estudiantes, sino que también les proporcionan una base para desarrollar una mayor confianza en sus habilidades. A medida que los estudiantes experimentan el éxito y reciben reconocimiento por sus logros, su autoeficacia se fortalece, lo que les permite abordar problemas matemáticos con mayor seguridad y resiliencia.

Sin embargo, los estudiantes de Ingeniería pueden enfrentar una serie de desafíos y obstáculos que pueden afectar su autoeficacia matemática. La dificultad inherente de los cursos, junto con el estrés académico asociado, puede disminuir su confianza y generar dudas sobre sus capacidades [118]. Estos factores pueden llevar a una disminución en la autoeficacia, afectando negativamente el rendimiento y la actitud hacia las matemáticas. Por ello, es crucial que los estudiantes reciban apoyo y orientación adecuados para superar estos desafíos y fortalecer su autoeficacia en esta disciplina. El apoyo y la mentoría por parte de profesores y compañeros/as pueden tener un impacto significativo en la autoeficacia matemática de los estudiantes [119]. El soporte emocional y académico proporcionado por estas figuras clave no solo les ofrece la seguridad necesaria para enfrentar desafíos matemáticos, sino que también les ayuda a desarrollar estrategias efectivas para superar obstáculos. Esta red de apoyo contribuye a la creación de un entorno en el que los estudiantes se sienten respaldados y motivados, lo que refuerza su confianza y les permite abordar los problemas matemáticos con mayor determinación y resiliencia.

Con relación a la tecnología, los entornos educativos facilitados mediante Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) ofrecen numerosas ventajas que enriquecen el proceso de enseñanza y aprendizaje. Estas tecnologías permiten la interacción tanto en tiempo real como en momentos no real, facilitando la comunicación entre estudiantes y docentes a través de plataformas de chat, foros y videoconferencias [120]. Además, las TIC posibilitan la integración de una variedad de recursos convencionales, como textos y mapas conceptuales, junto con recursos multimedia avanzados, tales como vídeos, juegos y actividades interactivas. Esta integración de diferentes tipos de materiales didácticos permite una experiencia de aprendizaje más dinámica y atractiva. Los cursos virtuales, por otro lado, ofrecen una atención personalizada que se adapta a las preferencias individuales de los estudiantes, su ritmo de trabajo y sus intereses específicos, al no estar sujetos a estructuras lineales de navegación. Esta flexibilidad facilita el acceso a contenido relevante y permite a los estudiantes avanzar a su propio ritmo. Asimismo, los avances tecnológicos continúan evolucionando en complejidad y sofisticación, mientras que las herramientas y plataformas se vuelven cada vez más intuitivas y accesibles para los usuarios, simplificando su manejo y potenciando así la eficacia del entorno educativo [121].

6.2. Propuesta de estudio

Por tanto, se propone la siguiente pregunta de investigación:

1. ¿En qué medida un curso virtual de Cálculo Diferencial e Integral que incorpore el uso de la calculadora contribuye a mejorar los niveles de autoeficacia hacia las matemáticas en los estudiantes?

6.2.1. Revisión de la literatura

A continuación, se analizan diversos estudios que destacan la importancia de la tecnología como un componente esencial para fortalecer la autoeficacia de los estudiantes. Las investigaciones revisadas demuestran que la integración de herramientas tecnológicas en el ámbito educativo tiene un impacto significativo en el desarrollo de la autoeficacia. Estas herramientas tecnológicas, como software educativo, aplicaciones interactivas y plataformas de aprendizaje en línea, no solo facilitan el acceso a recursos y materiales didácticos, sino que también permiten una personalización del aprendizaje que se ajusta a las necesidades y ritmos individuales de los estudiantes. Los estudios han mostrado que el uso de tecnología en la enseñanza puede mejorar la confianza de los estudiantes en sus habilidades matemáticas al proporcionar retroalimentación inmediata, facilitar la visualización de conceptos abstractos y ofrecer oportunidades para practicar de manera autónoma. Además, la capacidad de utilizar tecnología para resolver problemas y explorar conceptos de manera interactiva contribuye a una mayor autoeficacia, ya que los estudiantes experimentan una mayor sensación de competencia y control sobre su aprendizaje.

En su investigación, [112] examinó el impacto de los videos como activadores de juicios de autoeficacia en la precisión de la autoeficacia y el logro de aprendizaje en el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) dentro de un Ambiente Virtual de Aprendizaje. Para medir la percepción inicial de autoeficacia de los docentes, se utilizó un cuestionario. El logro de aprendizaje en el uso de las TIC se evaluó mediante una prueba específica, mientras que la precisión de la autoeficacia se determinó a partir de la diferencia entre las expectativas de aprendizaje y el resultado real obtenido en la evaluación. La percepción de autoeficacia después de la intervención también se recopiló a través de un cuestionario. Los resultados del estudio revelaron que los videos actuaron como efectivos activadores de juicios de autoeficacia, evidenciando diferencias significativas en el logro de aprendizaje entre el grupo experimental y el grupo de control. El grupo que utilizó los videos mostró una mejora notable en su desempeño en comparación con el grupo que no los utilizó, sugiriendo que la incorporación de videos en el ambiente de aprendizaje puede fortalecer la autoeficacia de los docentes y, en consecuencia, mejorar su competencia en el uso de las TIC.

Dehesa y López [113] investigaron la efectividad de un entorno de enseñanza en la reducción de los niveles de ansiedad en estudiantes, así como en el incremento del sentimiento de autoeficacia y el cambio de actitudes hacia las matemáticas. Su estudio incluyó el uso de herramientas digitales y se basó en la aplicación de tres cuestionarios relacionados con el aprendizaje de conceptos matemáticos. El diseño de la investigación fue cuasiexperimental e incluyó un grupo experimental que utilizó la aplicación móvil AppCalc y un grupo control que cursó la asignatura sin el uso de esta herramienta digital. Los hallazgos del estudio indicaron que los estudiantes del grupo experimental mostraron mejoras significativas en la reducción de la ansiedad matemática, un incremento en su sentimiento de autoeficacia y un cambio positivo en sus actitudes hacia las matemáticas. Estos resultados sugieren que el uso de la aplicación móvil AppCalc contribuyó de manera efectiva a estos aspectos, evidenciando que la integración de herramientas digitales en el entorno de enseñanza puede tener un impacto positivo en el rendimiento y la percepción de los estudiantes en matemáticas.

En una investigación más reciente, [120] exploraron las posibles relaciones entre el logro académico, la autoeficacia académica y la autoeficacia para el aprendizaje en ambientes en línea. El estudio involucró a 178 estudiantes de décimo grado de una institución educativa. Se utilizó un enfoque cuantitativo con análisis estadístico multivariante para investigar estas relaciones. Se administraron pruebas para identificar el estilo cognitivo, el logro del aprendizaje, la autoeficacia académica y la autoeficacia en entornos en línea. Los resultados del análisis MANOVA revelaron diferencias significativas en la autoeficacia académica y el logro del aprendizaje, observándose que los estudiantes con un estilo cognitivo independiente de campo presentaron mejores resultados en estas áreas. Este hallazgo sugiere que los estudiantes que tienden a trabajar de manera más autónoma y menos dependiente del contexto académico externo muestran una mayor autoeficacia y un mayor rendimiento académico en ambientes de aprendizaje en línea.

En otra investigación, Pineda [122] presentó un modelo para la implementación de cursos virtuales de matemáticas basado en un proceso de evaluación formativa integrado con analíticas de aprendizaje, siguiendo las cinco fases del diseño instruccional. El estudio abordó el problema y formuló preguntas de investigación con el objetivo de diseñar e implementar un modelo de evaluación formativa que se integrara con analíticas de aprendizaje, con la finalidad de maximizar el impacto en el rendimiento de los estudiantes. Para validar el modelo, se realizó un análisis tanto cualitativo como cuantitativo del rendimiento de los estudiantes mediante la interacción con la plataforma y una encuesta de percepción. Los resultados del estudio demostraron que la combinación de evaluación formativa y analíticas de aprendizaje tiene un impacto estadísticamente significativo en el rendimiento académico en el curso. Este hallazgo subraya la eficacia de integrar estas herramientas en el entorno virtual de enseñanza para mejorar la retroalimentación continua y adaptar los recursos de aprendizaje a las necesidades individuales de los estudiantes, lo que contribuye a un mejor rendimiento en matemáticas.

Estas investigaciones destacan la relevancia de estudiar la autoeficacia en el ámbito matemático, subrayando el impacto positivo que la tecnología ejerce en su desarrollo. Al explorar la intersección entre la autoeficacia y las herramientas tecnológicas, se evidencia claramente cómo la integración de estas herramientas en el contexto de las matemáticas contribuye significativamente a fortalecer la confianza y la competencia de los estudiantes en esta disciplina. La utilización de recursos tecnológicos, como aplicaciones interactivas, plataformas de aprendizaje en línea y herramientas digitales, facilita una experiencia de aprendizaje más dinámica y personalizada. Estos recursos no solo ayudan a los estudiantes a comprender conceptos matemáticos complejos de manera más accesible, sino que también refuerzan su percepción de autoeficacia al proporcionar retroalimentación inmediata y oportunidades para la práctica autónoma. En conjunto, estos estudios subrayan que una integración efectiva de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas puede mejorar significativamente la autoeficacia de los estudiantes, al promover una actitud más positiva hacia la materia y mejorar su rendimiento académico.

6.3. Metodología

En el marco de esta investigación, se opta por una perspectiva cuantitativa para la exploración de los datos, con el objetivo de obtener una comprensión objetiva y precisa de las variables estudiadas. Para el análisis detallado de la información recopilada, se emplean tanto técnicas de estadística descriptiva como inferencial.

6.3.1. Participantes

En esta investigación, se emplea una muestra intencional conformada por 64 estudiantes de una Universidad en Ecuador, provenientes de dos paralelos de los ocho disponibles en la asignatura de Cálculo I. Esta muestra fue seleccionada de un total de 70 estudiantes matriculados en esos dos paralelos. Los estudiantes estaban matriculados en la asignatura de Cálculo I, la cual es un componente esencial para las distintas Ingenierías que oferta la universidad. La asignatura de Cálculo I se divide en tres unidades fundamentales: Límites y Continuidad, Derivadas y su Aplicación, e Integrales y Áreas. En la primera unidad, los estudiantes exploran los conceptos de límites matemáticos y continuidad, estableciendo las bases esenciales para abordar problemas más complejos. La segunda unidad se centra en las derivadas, presentando las reglas y aplicaciones prácticas de este concepto en diversos campos como la física y la economía. La tercera unidad completa el curso al introducir a los estudiantes en el concepto de integrales y su relación con el cálculo de áreas bajo curvas, proporcionando una visión integral de la disciplina. La asignatura se impartió durante el semestre $IIS2023$, comprendido entre agosto y diciembre de 2023, en la Escuela de Ciencias Matemáticas y Computacionales, dirigida al tronco común de la universidad.

6.3.2. Procedimiento

Para iniciar esta investigación, se implementó un test de autoeficacia en matemáticas utilizando un formulario de Google Forms, el cual fue distribuido entre los estudiantes al comienzo del curso virtual de Cálculo Diferencial e Integral. Este método permitió capturar las percepciones iniciales de los estudiantes sobre su confianza y habilidades en el ámbito matemático, proporcionando una línea de base para la evaluación. Al finalizar el curso, se volvió a administrar el mismo cuestionario de autoeficacia para evaluar los cambios en la percepción y confianza de los estudiantes tras haber participado en la experiencia de aprendizaje. Esta comparación antes y después del curso facilitó la identificación de cualquier incremento en la autoeficacia y permitió analizar el impacto del curso virtual y el uso de la calculadora en la percepción de competencia matemática de los estudiantes.

6.3.3. Instrumento

Esta investigación utiliza la Escala de Fuentes de Autoeficacia en Matemáticas (SSEMS), un cuestionario compuesto por 24 ítems desarrollado por [123]. El SSEMS está estructurado en cuatro dimensiones clave que evalúan diferentes aspectos de la autoeficacia matemática: la experiencia de dominio, la experiencia indirecta, las persuasiones sociales y el estado fisiológico. Cada dimensión está representada por 6 ítems. Los ítems del cuestionario se califican utilizando una escala Likert modificada de cuatro puntos, en la que las opciones son: (1) totalmente en desacuerdo, (2) en desacuerdo, (3) de acuerdo y (4) totalmente de acuerdo. Esta escala permite capturar de manera precisa las percepciones y experiencias de los estudiantes relacionadas con cada una de las dimensiones de la autoeficacia, proporcionando una evaluación detallada de sus creencias y confianza en sus habilidades matemáticas.

6.3.4. Análisis de los datos

El coeficiente de confiabilidad, medido mediante el alfa de Cronbach, se calculó utilizando una muestra de 64 estudiantes. Los valores de confiabilidad antes y después del curso virtual para cada dimensión del SSEMS son los siguientes: experiencia de dominio (0,83 antes, 0,81 después), experiencia indirecta (0,85 antes, 0,84 después), persuasiones sociales (0,82 antes y después) y estado fisiológico (0,84 antes, 0,81 después). Estos resultados indican que los seis ítems en cada una de las cuatro dimensiones del SSEMS mostraron niveles de consistencia interna adecuados. Los coeficientes alfa de Cronbach para cada dimensión se mantienen por encima de 0,80, valor recomendado por [124] para asegurar una buena confiabilidad del instrumento. Esta consistencia sugiere que el SSEMS es un instrumento fiable para medir la autoeficacia en matemáticas a lo largo del curso.

6.3.5. Curso virtual

En la vanguardia de la educación digital, la Academia Fx de CASIO Ecuador ha adoptado una perspectiva innovadora al implementar el curso virtual de Cálculo Diferencial e Integral a través de la plataforma Moodle. Este enfoque pionero maximiza el uso de la tecnología para ofrecer a los estudiantes una experiencia educativa enriquecedora y adaptada a las necesidades del aprendizaje moderno. Mediante la plataforma Moodle, los estudiantes tienen acceso a una amplia gama de recursos interactivos que promueven la participación activa y un compromiso profundo con los conceptos del cálculo. El material didáctico ha sido cuidadosamente adaptado para abordar las diversas necesidades de los estudiantes, incluyendo explicaciones detalladas, ejemplos ilustrativos y ejercicios prácticos. Cada recurso ha sido diseñado para apoyar tanto el progreso individual como el colectivo a lo largo del curso. Al finalizar el curso, los estudiantes deben presentar un proyecto final que debe aplicar un tema del curso utilizando la calculadora. Este proyecto es crucial para la aprobación del curso. La Figura 6.1 muestra la pantalla principal del curso virtual, y uno de los vídeos de las clases se incluye para ilustrar la metodología y los recursos utilizados en la enseñanza.

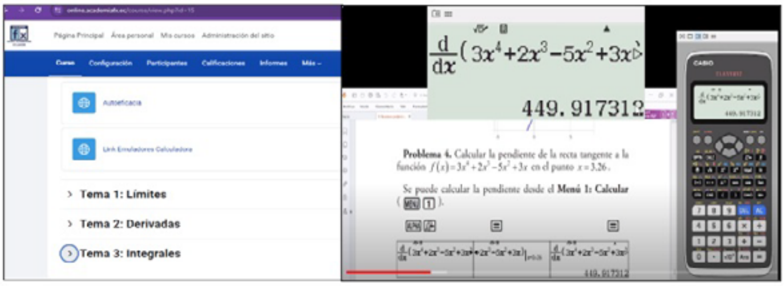


Figura 6.1. Pantalla principal del curso virtual.

6.4. Resultados

En esta sección, se analiza la autoeficacia de los estudiantes en relación con las matemáticas, utilizando la media y la desviación estándar de las puntuaciones obtenidas en cada ítem del test, desglosadas por dimensión. La encuesta se administra en dos momentos: antes y después del curso virtual. Es importante destacar que, para los ítems que presentan puntuación inversa, se realiza una inversión de las puntuaciones antes de llevar a cabo los cálculos correspondientes. Esto asegura que todas las puntuaciones sean comparables y reflejen de manera precisa los cambios en la autoeficacia. Al calcular la media y la desviación estándar, se obtienen medidas de tendencia central y dispersión que permiten evaluar cómo ha variado la percepción de los estudiantes sobre su autoeficacia en matemáticas a lo largo del curso. Estos análisis proporcionan una visión detallada del impacto del curso virtual en la confianza matemática de los estudiantes y ayudan a identificar áreas específicas de mejora.

6.4.1. Experiencia de dominio en matemáticas

Los estudiantes tuvieron un promedio de 2,46 en las preguntas asociadas a la experiencia de dominio en matemáticas antes de iniciar el curso virtual, el cual aumentó a una media de 2,66 al finalizar el curso. La Tabla 6.1 presenta la media $(\bar{x})$ y la desviación estándar (σ) de las puntuaciones atribuidas por los estudiantes a las preguntas relacionadas con la experiencia de dominio en matemáticas, tanto antes como después del curso virtual. La pregunta con la mayor puntuación, tanto antes como después del curso, fue la $P5$: "Me va bien en las tareas de matemáticas". En contraste, la pregunta con la menor puntuación fue la $P1$: "Saco excelentes calificaciones en los exámenes de matemáticas". Estos resultados indican un incremento en la percepción de autoeficacia relacionada con la experiencia de dominio en matemáticas tras la participación en el curso, aunque ciertas áreas, como el rendimiento en exámenes, siguen mostrando puntuaciones relativamente bajas.

Antes de iniciar el curso virtual, un 37,5 % de los estudiantes expresó estar de acuerdo o muy de acuerdo con la afirmación de que obtenían excelentes calificaciones en los exámenes de matemáticas, cifra que aumentó a un 48,5 % tras la finalización del curso. En cuanto a la percepción general de éxito en matemáticas, el 40 % de los estudiantes manifestó su acuerdo antes del curso, pero esta cifra disminuyó ligeramente a un 38,5 % después del curso. En relación con la creencia de que, incluso con mucho estudio, se obtienen malos resultados en matemáticas, el 50 % de los estudiantes estuvo de acuerdo o muy de acuerdo antes del curso, aumentando levemente a un 51 % después de participar en el curso virtual. Respecto a la evaluación de las calificaciones obtenidas, el 40 % de los estudiantes concordó antes del curso con la afirmación de que lograron buenas calificaciones en su última evaluación, y este porcentaje ascendió a un 51,6 % al finalizar el curso. En cuanto al desempeño en tareas de matemáticas, se observó un incremento del 67,5 % al 75 % en el acuerdo o conformidad antes y después del curso, respectivamente. Finalmente, en relación con el rendimiento en tareas más desafiantes de matemáticas, el 42,5 % de los estudiantes estuvo de acuerdo o muy de acuerdo antes del curso, con un aumento significativo al 55 % después de la conclusión del curso virtual. Estos resultados reflejan un aumento general en la percepción positiva de los estudiantes respecto a sus habilidades y desempeño en matemáticas, indicando una mejora en la autoeficacia tras la participación en el curso.

Tabla 6.1. autoeficacia de los estudiantes en la experiencia de dominio de las matemáticas.

No	Pregunta	Inicio curso		Fin curso	
		x	SD	x	SD
P1	Saco excelentes calificaciones en los exámenes de matemática.	2.30	0.68	2.49	0.59
P2	Siempre he tenido éxito con las matemáticas.	2.38	0.66	2.70	0.58
P3	Incluso cuando estudio mucho, obtengo malos resultados en matemática.	2.58	0.89	2.64	0.83
P4	Obtuve buenas calificaciones en matemáticas en mi última evaluación.	2.29	0.95	2.60	0.94
P5	Me va bien en las tareas de matemáticas.	2.79	0.64	2.87	0.55
P6	Me va bien incluso en las tareas de matemáticas más difíciles.	2.41	0.75	2.64	0.61

Se llevó a cabo una prueba de $t - Student$ para evaluar si existían diferencias significativas entre las puntuaciones de autoeficacia antes y después del curso virtual. Los resultados de la prueba revelaron que el valor de ρ es menor a 0,05, lo cual indica que hay diferencias estadísticamente significativas entre las puntuaciones obtenidas antes y después de la intervención. Este hallazgo sugiere que la participación en el curso virtual tuvo un impacto significativo en la autoeficacia de los estudiantes en matemáticas, reflejado en un aumento en sus percepciones de competencia y éxito en esta disciplina.

6.4.2. Experiencia indirecta en matemáticas

Los estudiantes tuvieron un promedio de 3,01 en las preguntas asociadas a la experiencia indirecta en matemáticas antes de iniciar el curso virtual, el cual experimentó un leve aumento a una media de 3,03 después de la finalización del curso. La Tabla 6.1 presenta la media ($\bar{x}$) y la desviación estándar (σ) de las puntuaciones atribuidas por los estudiantes a las preguntas relacionadas con la experiencia indirecta en matemáticas, tanto antes como después del curso virtual. Aunque el incremento en la media es modesto, estos datos proporcionan información sobre la percepción de los estudiantes respecto a las experiencias indirectas y cómo estas han cambiado como resultado de su participación en el curso.

La pregunta con la mayor puntuación tanto antes como después del curso virtual fue la $P2$: Cuando veo cómo mi profesor de matemáticas resuelve un problema, puedo imaginarme resolviendo el problema a mi manera. En contraste, la pregunta con la menor puntuación fue la $P5$: Me imagino resolviendo problemas matemáticos desafiantes con éxito. Antes del inicio del curso virtual, un 77,5 % de los estudiantes expresó estar de acuerdo o muy de acuerdo con la afirmación de que saber que a los adultos les va bien en matemáticas les motiva a hacerlo mejor, cifra que aumentó ligeramente a un 78,3 % después del curso. En relación con la afirmación Çuando veo cómo mi profesor de matemáticas resuelve un problema, puedo imaginarme resolviendo el problema a mi manera", el 80 % de los estudiantes estuvo de acuerdo antes del curso, aumentando de manera ligera a un 80,5 % después del mismo. En cuanto a la creencia de que Ver a los estudiantes hacerlo mejor que yo en matemáticas me empuja a hacerlo mejor", el 72,5 % estuvo de acuerdo o muy de acuerdo antes del curso, disminuyendo levemente a un 70 % después de la participación en el curso virtual. Respecto a la afirmación Cuando veo cómo otro estudiante resuelve un problema de matemáticas, puedo verme resolviendo el problema de la misma manera, el 82,5 % estuvo de acuerdo antes del curso, con un aumento notable al 87,5 % después del curso. En cuanto a Me imagino resolviendo problemas matemáticos desafiantes con éxito, se observó un aumento del 68,5 % al 70 % en el acuerdo antes y después del curso, respectivamente. Finalmente, en relación con Compito conmigo mismo en matemáticas, el 80 % de los estudiantes estuvo de acuerdo o muy de acuerdo antes del curso, con un aumento leve al 80,5 % después de la finalización del mismo. Estos resultados reflejan una mejora general en la percepción de autoeficacia indirecta, con incrementos notables en algunas áreas clave de percepción.

Tabla 6.2. Las fuentes de autoeficacia de los estudiantes en la experiencia indirecta en matemáticas.

No	Pregunta	Inicio curso		Fin curso	
		x	SD	x	SD
P1	Saber que a los adultos les va bien en matemáticas me empuja a hacerlo mejor.	3.05	0.81	3.07	0.79
P2	Cuando veo cómo mi profesor de matemáticas resuelve un problema, puedo imaginarme resolviendo el problema a mi manera.	3.12	0.75	3.13	0.71
P3	Ver a las niñas/os hacerlo mejor que yo en matemáticas me empuja a hacerlo mejor.	2.97	0.76	2.95	0.74
P4	Cuando veo cómo otro estudiante resuelve un problema de matemáticas, puedo verme resolviendo el problema de la misma manera.	3.01	0.59	3.06	0.51
P5	Me imagino resolviendo problemas matemáticos desafiantes con éxito.	2.84	0.91	2.88	0.86
P6	Compito conmigo mismo en matemáticas.	3.08	0.92	3.11	0.86

Se llevó a cabo la prueba de t-Student para evaluar la existencia de diferencias significativas entre los resultados antes y después del curso virtual. Los resultados indican que el valor de ρ es mayor a 0,05, lo que indica que no hay diferencias estadísticamente significativas entre los dos grupos.

6.4.3. Persuasión social

Los estudiantes tuvieron un promedio de 2,24 en las preguntas asociadas a las presunciones sociales en matemáticas antes de iniciar el curso virtual, el cual experimentó un leve aumento a una media de 2,42 después de la finalización del curso. La Tabla 6.3 presenta la media $(\bar{x})$ y la desviación estándar (σ) de las puntuaciones atribuidas por los estudiantes a las preguntas relacionadas con esta dimensión. La pregunta con la mayor puntuación, tanto antes como después del curso virtual, fue la P6: A mis compañeros les gusta trabajar conmigo en matemáticas porque creen que soy bueno en eso. En contraste, la pregunta con la menor puntuación fue la $P1$: Mis profesores de matemáticas me han dicho que soy bueno aprendiendo matemáticas.

Los estudiantes alcanzaron un promedio de 2,24 en las preguntas vinculadas a las presunciones sociales en matemáticas antes del inicio del curso virtual, el cual mostró un leve incremento tras su finalización, elevándose a una media de 2,42. La Tabla 6.3 muestra los valores de la media $(\bar{x})$ y la desviación estándar (σ) correspondientes a las calificaciones otorgadas por los participantes en los ítems relacionados con esta dimensión. La pregunta con mayor valoración, tanto antes como después del curso, fue la P6: A mis compañeros les gusta trabajar conmigo en matemáticas porque creen que soy bueno en eso. En contraste, la puntuación más baja se registró en la $P1$: Mis profesores de matemáticas me han dicho que soy bueno aprendiendo matemáticas. Estos resultados reflejan una mejora en la percepción de las presunciones sociales relacionadas con las matemáticas, destacando un aumento en la confianza y la percepción positiva que los estudiantes tienen sobre cómo sus habilidades matemáticas son valoradas por sus compañeros.

Al inicio del curso virtual, un 27,5 % de los estudiantes manifestó estar de acuerdo o muy de acuerdo con la afirmación Mis profesores de matemáticas me han dicho que soy bueno aprendiendo matemáticas, cifra que aumentó a un 35 % después del curso. En cuanto a la afirmación La gente me ha dicho que tengo talento para las matemáticas, el 32,5 % expresó su acuerdo antes del curso, sin que este porcentaje experimentara un aumento significativo después del mismo. En relación con la creencia de que Los adultos de mi familia me han dicho lo buen estudiante de matemáticas que soy, el 30 % de los estudiantes estuvo de acuerdo o muy de acuerdo antes del curso, con una ligera mejora al 40 % después de la participación en el curso virtual. Respecto a la afirmación Cuando me han elogiado por mi habilidad matemática, el 35 % de los estudiantes estuvo de acuerdo antes del curso, con un incremento notable al 50 % después del mismo. En cuanto a Otros estudiantes me han dicho que soy bueno aprendiendo matemáticas, se observó un aumento del 42,5 % al 57,5 % en el acuerdo antes y después del curso, respectivamente. Finalmente, en relación con Mis compañeros les gusta trabajar conmigo en matemáticas porque creen que soy bueno en eso, el 45 % de los estudiantes estuvo de acuerdo o muy de acuerdo antes del curso, con una disminución al 40 % después de la finalización del curso virtual.

Al comenzar el curso virtual, un 27,5 % del alumnado indicó estar de acuerdo o totalmente de acuerdo con la afirmación Mis profesores de matemáticas me han dicho que soy bueno aprendiendo matemáticas, porcentaje que se elevó a 35 % tras la finalización del curso. En cuanto a la expresión La gente me ha dicho que tengo talento para las matemáticas, un 32,5 % manifestó su conformidad antes del curso, sin observarse una variación significativa posterior. Respecto a la frase Los adultos de mi familia me han dicho lo buen estudiante de matemáticas que soy, el nivel de acuerdo inicial fue del 30 %, aumentando ligeramente al 40 % luego de participar en la experiencia formativa. Por su parte, en la afirmación Cuando me han elogiado por mi habilidad matemática, el 35 % estuvo de acuerdo antes del curso, incrementándose al 50 % una vez concluido. En relación con Otros estudiantes me han dicho que soy bueno aprendiendo matemáticas, se evidenció un ascenso del 42,5 % al 57,5 % en los niveles de acuerdo antes y después del curso, respectivamente. Finalmente, frente a la declaración Mis compañeros les gusta trabajar conmigo en matemáticas porque creen que soy bueno en eso, el acuerdo descendió del 45 % inicial al 40 % tras la culminación del curso virtual. Estos resultados reflejan un aumento general en la percepción de las presunciones sociales en matemáticas, aunque algunos ítems mostraron variaciones en la percepción de acuerdo y reconocimiento recibido.

Tabla 6.3. Las fuentes de autoeficacia de los estudiantes en la persuasión social.

No	Pregunta	Inicio curso		Fin curso	
		x	SD	x	SD
P1	Mis profesores de matemáticas me han dicho que soy bueno aprendiendo matemáticas.	2.15	0.89	2.33	0.82
P2	La gente me ha dicho que tengo talento para las matemáticas.	2.25	0.86	2.43	0.81
P3	Los adultos de mi familia me han dicho lo buen estudiante de matemáticas que soy.	2.20	0.85	2.23	0.83
P4	Me han elogiado por mi habilidad matemática.	2.18	0.90	2.38	0.95
P5	Otros estudiantes me han dicho que soy bueno aprendiendo matemáticas.	2.30	0.93	2.51	0.87
P6	A mis compañeros les gusta trabajar conmigo en matemáticas porque creen que soy bueno en eso.	2.38	0.89	2.67	0.82

Se llevó a cabo una prueba de $t - Student$ para evaluar la existencia de diferencias significativas en las puntuaciones de las presunciones sociales antes y después del curso virtual. Los resultados de la prueba revelaron que el valor de ρ es menor a 0,05, indicando que existen diferencias estadísticamente significativas entre las puntuaciones obtenidas en las mediciones previas y posteriores al curso. Esto sugiere que la participación en el curso virtual tuvo un impacto notable en la percepción de las presunciones sociales relacionadas con las matemáticas, reflejando cambios significativos en la forma en que los estudiantes perciben el reconocimiento y el apoyo que reciben en este ámbito.

6.4.4. Estado fisiológico en matemáticas

Los estudiantes obtuvieron un promedio de 2,39 en los ítems relacionados con el estado fisiológico frente a las matemáticas antes de comenzar el curso virtual, el cual se incrementó a una media de 2,71 al concluir dicho proceso. En la Tabla 6.4 se muestran los valores de la media $(\bar{x})$ y la desviación estándar (σ) correspondientes a las respuestas proporcionadas por los participantes en esta dimensión. La afirmación con la puntuación más baja, tanto antes como después del curso, fue la $P5$: "Me deprimo cuando pienso en aprender matemáticas". Por el contrario, la mayor puntuación fue registrada en la $P6$: "Todo mi cuerpo se pone tenso cuando tengo que hacer matemáticas". Es relevante indicar que para este análisis las puntuaciones fueron invertidas, con el propósito de ajustar las respuestas negativas y representar con mayor precisión la percepción del estado fisiológico de los estudiantes en relación con las matemáticas.

Al iniciar el curso virtual, un 35 % de los estudiantes manifestó estar de acuerdo o muy de acuerdo en que el solo estar en clase de matemáticas les hacía sentir estresados y nerviosos, cifra que aumentó a un 42,50 % después del curso. En cuanto a la percepción de que hacer ejercicios de matemáticas consume toda su energía, el 50 % de los estudiantes expresó su acuerdo antes del curso, porcentaje que aumentó a 60 % después del mismo. En relación con la creencia de que empiezan a sentirse estresados tan pronto como comienzan su trabajo de matemáticas, el 37,50 % de los estudiantes estuvo de acuerdo o muy de acuerdo antes del curso, incrementándose a un 57,50 % después de la participación en el curso virtual. Respecto a la afirmación de que su mente se queda en blanco y no pueden pensar con claridad cuando hacen tareas de matemáticas, el 47,50 % de los estudiantes concordó antes del curso, mientras que un 62,50 % lo hizo después del mismo. En cuanto a la percepción de deprimirse al pensar en aprender matemáticas, se observó un aumento del 37,5 % al 52,50 % antes y después del curso, respectivamente. Finalmente, en relación con la afirmación de que todo su cuerpo se pone tenso cuando tienen que hacer matemáticas, el 47,50 % de los estudiantes estuvo de acuerdo o muy de acuerdo antes del curso, cifra que ascendió a un 65,50 % después de la finalización del curso virtual. Estos resultados reflejan un cambio en la percepción de los estudiantes respecto a cómo las matemáticas afectan su estado fisiológico, evidenciando un aumento en la conciencia sobre el impacto emocional y físico del aprendizaje matemático tras la experiencia del curso.

Tabla 6.4. Las fuentes de autoeficacia de los estudiantes en el estado fisiológico en matemáticas. * Pregunta con puntuación inversa.

No	Pregunta	Inicio curso		Fin curso	
		x	SD	x	SD
P1	El solo estar en clase de matemáticas me hace sentir estresada y nerviosa *.	2.41	0.92	2.46	0.90
P2	Hacer ejercicios de matemáticas consume toda mi energía	2.51	0.81	2.71	0.74
P3	Empiezo a sentirme estresado tan pronto como comienzo mi trabajo de matemáticas*.	2.25	0.85	2.61	0.83
P4	Mi mente se queda en blanco y no puedo pensar con claridad cuando hago tareas de matemáticas*	2.50	0.84	2.74	0.77
P5	Me deprimo cuando pienso en aprender matemáticas*.	2.17	0.94	2.41	0.95
P6	Todo mi cuerpo se pone tenso cuando tengo que hacer matemáticas*.	2.53	0.91	2.76	0.83

El análisis de la prueba de $t - Student$ muestra que el valor de ρ es menor a 0,05, lo que indica que existen diferencias estadísticamente significativas entre las puntuaciones obtenidas antes y después del curso virtual. Este resultado sugiere que el curso tuvo un impacto notable en la percepción de los estudiantes sobre su estado fisiológico en relación con las matemáticas, destacando un cambio significativo en cómo experimentan y manejan el estrés y las emociones vinculadas al aprendizaje de esta disciplina.

6.5. Discusión

Esta investigación tuvo como objetivo analizar cómo influye un curso virtual de Cálculo Diferencial e Integral, complementado con el uso de la calculadora, en el fortalecimiento de los niveles de autoeficacia matemática en los estudiantes. Para examinar dicho efecto, se aplicó la Escala de Fuentes de Autoeficacia en Matemáticas (SSEMS), instrumento que permitió evaluar las distintas dimensiones que configuran esta percepción: vivencias de éxito, observación de modelos, influencia social y reacciones fisiológicas.

A través de este análisis, se buscó determinar cómo el curso influyó en las percepciones y actitudes de los estudiantes hacia su propio desempeño en matemáticas, observando si se produjeron mejoras significativas en su confianza y habilidades a lo largo del curso.

Dentro de la primera dimensión evaluada por la SSEMS, correspondiente a la experiencia de dominio en matemáticas, se identificaron variaciones notables en las respuestas antes y después del curso virtual. Estos resultados están en consonancia con lo reportado por [125], quien, al examinar el uso de plataformas digitales en la enseñanza del cálculo diferencial, concluyó que tales entornos no solo favorecen la comprensión de contenidos matemáticos, sino que también contribuyen al desarrollo de actitudes positivas y valores en el alumnado. Cabe señalar que se registró un aumento en las puntuaciones de las seis preguntas asociadas a esta categoría, lo cual refuerza la efectividad del entorno virtual implementado.

Los hallazgos obtenidos permiten inferir que la integración de un entorno de enseñanza virtual junto con el uso de la calculadora influye positivamente no solo en el desempeño académico, sino también en el fortalecimiento de la percepción de autoeficacia matemática en los estudiantes. Esta interpretación coincide con lo señalado por [126], quienes subrayan que la tecnología se ha convertido en un factor determinante dentro de la educación superior. La incorporación prioritaria de recursos tecnológicos en el ámbito formativo se justifica por su contribución significativa al proceso de enseñanza - aprendizaje, así como por su efecto directo en la mejora del rendimiento académico.

En cuanto a la segunda dimensión del estudio, que aborda la experiencia indirecta en matemáticas, no se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre las mediciones previas y posteriores a la realización del curso virtual. El análisis de las seis preguntas asociadas a esta categoría reveló que las variaciones en las respuestas no alcanzaron un nivel de significación suficiente. Estos hallazgos indican que la adquisición de competencias matemáticas mediante contextos o situaciones no directamente relacionados con la instrucción formal no se vio significativamente afectada por la implementación del curso en línea.

Es probable que, debido a que la experiencia indirecta se basa en contextos amplios y variados, esta no haya sido significativamente influenciada por la intervención particular representada por el curso virtual evaluado. Dado que esta dimensión se basa en la observación de cómo otros abordan y resuelven problemas matemáticos, y en cómo estos ejemplos influyen en la autoeficacia, es plausible que el curso virtual, con su enfoque directo en la enseñanza de conceptos matemáticos, no haya tenido un efecto sustancial en esta área. Estos hallazgos destacan la importancia de considerar múltiples factores y contextos al evaluar el impacto de intervenciones educativas en diferentes dimensiones de la autoeficacia.

En las dimensiones de persuasión social y reacciones fisiológicas relacionadas con las matemáticas, los datos estadísticos evidenciaron cambios relevantes tras el curso virtual, reflejando una evolución positiva en las actitudes y el estado emocional de los participantes.

Estos hallazgos podrían atribuirse, en cierta medida, al dominio adquirido en el uso de herramientas tecnológicas como la calculadora. La habilidad para manejarla eficientemente puede incrementar la confianza de los estudiantes en sus procedimientos matemáticos y en la veracidad de sus resultados. La incorporación de este recurso en el curso virtual pudo favorecer un entorno que fortaleció tanto la persuasión social como la estabilidad fisiológica de los participantes.

Asimismo, los materiales disponibles en la plataforma, sumados a la interacción con docentes y pares mediante foros de discusión, probablemente reforzaron la sensación de respaldo académico. Este marco de aprendizaje cooperativo, junto con el acceso inmediato a retroalimentación, impactó de manera favorable en la autopercepción de competencia matemática y en el equilibrio emocional de los estudiantes.

Los resultados son consistentes con investigaciones previas que destacan cómo un ambiente de aprendizaje colaborativo y el uso adecuado de tecnología pueden fortalecer la autoeficacia y reducir la ansiedad en el estudio de matemáticas . Estos hallazgos subrayan la importancia de considerar no solo el contenido matemático, sino también el entorno emocional y social en el que se desarrollan las competencias matemáticas.

Finalmente, los datos demuestran avances significativos en tres de las cuatro dimensiones evaluadas de la autoeficacia matemática. Cabe resaltar el progreso observable en la confianza de los estudiantes luego de su participación en el entorno virtual que empleaba la calculadora como instrumento de aprendizaje.

El estudio revela que la incorporación de tecnologías digitales, específicamente la calculadora como instrumento didáctico, ejerce una influencia positiva en la construcción de la autoeficacia matemática estudiantil. La integración de estas herramientas en el proceso de enseñanza-aprendizaje no solo facilita la comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también contribuye al desarrollo de una autoeficacia robusta, fundamental para el éxito académico en áreas relacionadas con las matemáticas. Estos resultados subrayan la importancia de continuar explorando y adoptando enfoques tecnológicos innovadores en la educación matemática para maximizar el potencial de aprendizaje de los estudiantes.

El incremento en las percepciones de autoeficacia valida el modelo virtual como plataforma efectiva para la enseñanza matemática. Estos hallazgos sugieren que la integración pedagógica de tecnologías digitales no solo mejora competencias específicas, sino que además favorece un desarrollo educativo más completo y adaptado a las demandas contemporáneas.

La capacidad de los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos con mayor confianza y menos ansiedad después de haber participado en el curso virtual demuestra el valor de integrar estas herramientas en la enseñanza. Así, la educación digital, complementada con tecnologías como la calculadora, no solo refuerza el aprendizaje de contenidos específicos, sino que también fomenta un entorno de aprendizaje más inclusivo y efectivo, preparando a los estudiantes para enfrentar futuros desafíos académicos y profesionales con una base sólida de autoconfianza y competencia.

Como línea de investigación futura, se plantea analizar sistemáticamente la correlación entre la modalidad virtual con implementación calculadora y el desempeño en Cálculo Diferencial e Integral. Este nuevo estudio buscará ampliar los hallazgos actuales, examinando no solo los aspectos actitudinales (autoeficacia y percepciones) sino también los resultados cuantificables del aprendizaje, permitiendo así una evaluación integral del impacto tecnológico en la formación matemática avanzada.

Capítulo 7

Funciones para el cálculo matemático con la calculadora fx-570/991 CW

Cálculo de derivadas

La función **Derivada(d/dx)** obtiene la derivada numérica aproximada en un punto.

Problema 1. Función logarítmica compuesta

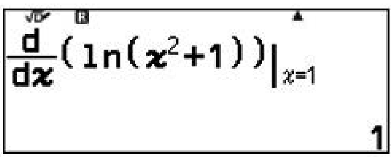
Sea

$$f(x) = \ln(x^2 + 1).$$

Hallar la recta tangente a la curva en el punto donde $x = 1$.

Secuencia de teclas en la calculadora CASIO FX-570/991 CW:

```
[CATALOG] [EXE] [EXE] [SHIFT] [log(a,b)] [x] [x^2] [+] [1] [)] [Right] [1] [EXE]
```



Ecuación de la recta tangente

Usamos la forma punto–pendiente:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Con $(x_1, y_1) = (1, \ln 2)$ y $m = 1$:

$$y - \ln 2 = 1(x - 1)$$

Simplificando:

$$y = x - 1 + \ln 2$$

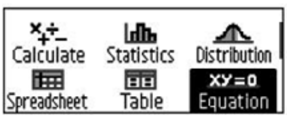
Problema 2. Hallar todas las raíces de un polinomio cúbico complejo

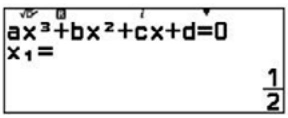
Resolver:

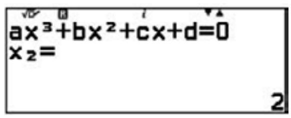
$$P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4 = 0$$

Secuencia de teclas en la calculadora CASIO FX-570/991 CW:

`[HOME] [Right] [Right] [Right] [Right] [EXE] [Down] [EXE] [Down] [EXE] [2] [EXE] [-] [9] [EXE`







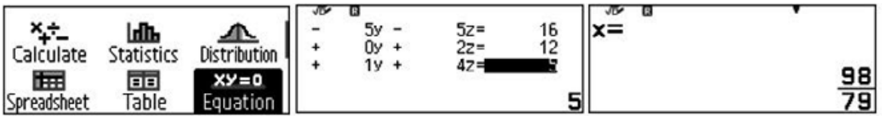
Problema

Resuelve el sistema:

$$\begin{aligned} -2x - 5y + 5z &= 16 \\ 3x \qquad + 2z &= 12 \\ -3x + y + 4z &= 5 \end{aligned}$$

Secuencia de teclas en la CASIO FX-570/991 CW:

`[HOME] [EXE] [EXE] [EXE] [Down] [EXE]`



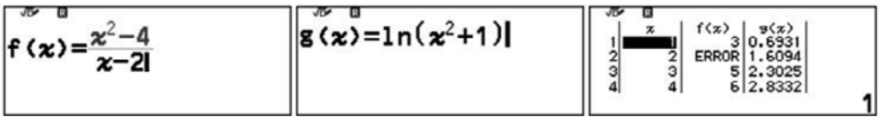
Problema (complejo)

Genera una tabla para las funciones:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}, \qquad g(x) = \ln\!\left(x^2 + 1\right)$$

Secuencia de teclas en la CASIO FX-570/991 CW:

[FUNCTION] [Down] [Down] [EXE]



Problema

Sea la matriz:

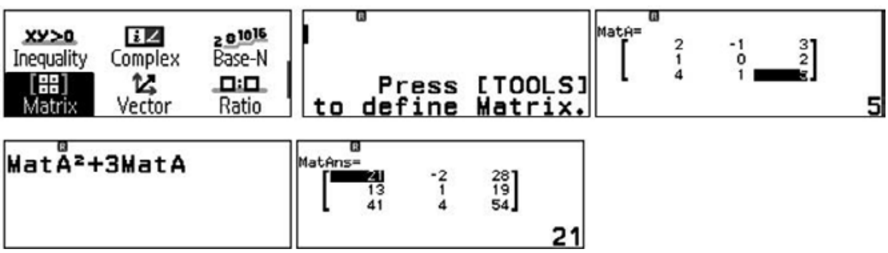
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Calcular:

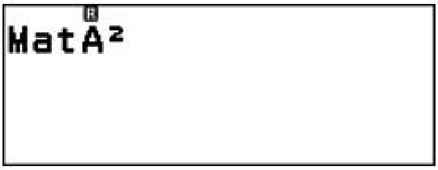
1. $B = A^2 + 3A$

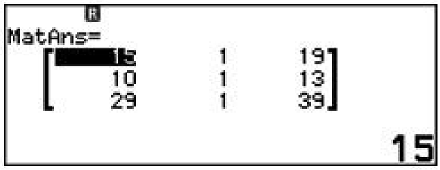
Secuencia de teclas en la CASIO FX-570/991 CW:

[TOOLS] [EXE] [CATALOG] [EXE] [Down] [EXE]



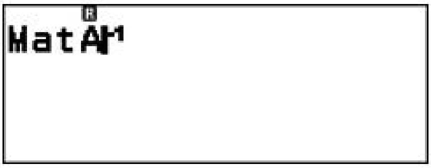
2. A^2

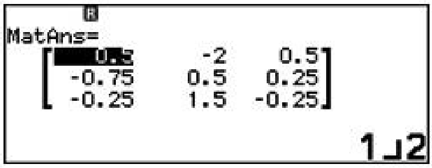




3. A^{-1}

[CATALOG] [EXE] [Down] [EXE]





Estadística y medidas de tendencia Central

Problema

Los siguientes datos representan ventas diarias:

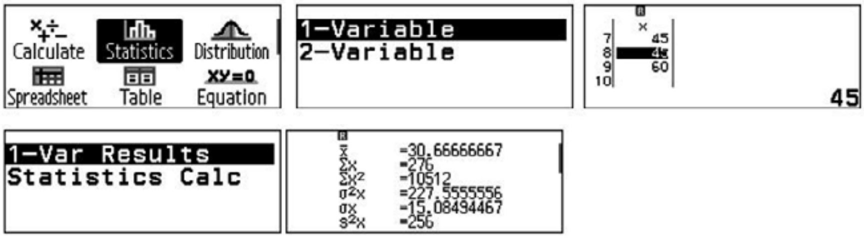
$$12,\ 15,\ 22,\ 22,\ 25,\ 30,\ 45,\ 45,\ 60$$

Calcular:

- Media
- Mediana
- Moda
- Desviación estándar
- Coeficiente de variación

Secuencia de teclas en la CASIO FX-570/991 CW:

[HOME] [Right] [EXE] [EXE]



Coordenadas rectangulares/planas y unidad Angular

Problema

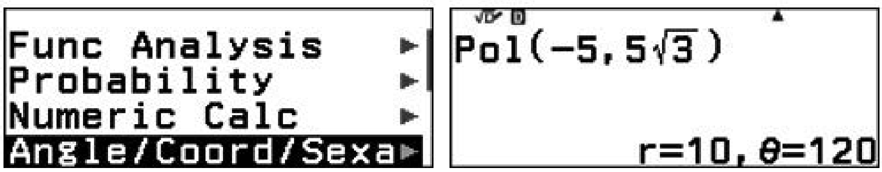
Convertir las coordenadas rectangulares:

$$(x, y) = \left(-5,\ 5\sqrt{3}\right)$$

a coordenadas polares en grados.

Secuencia de teclas en la CASIO FX-570/991 CW:

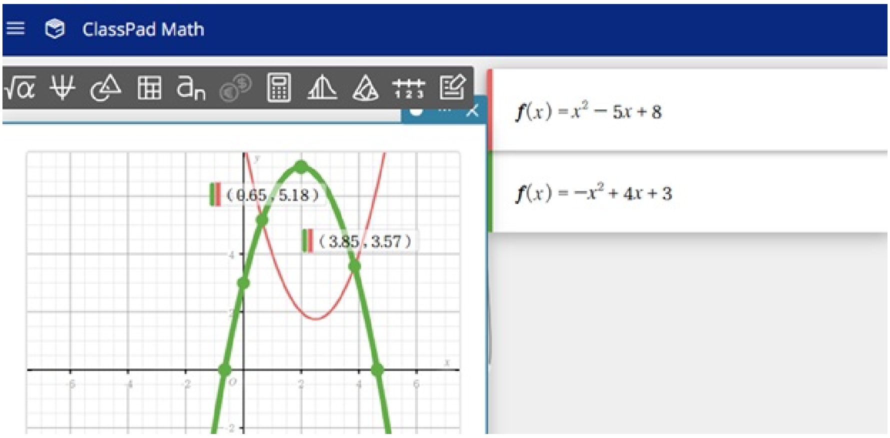
```
[HOME] - [Áng/Coord/Sexag] >[Rectang a Polar]
```



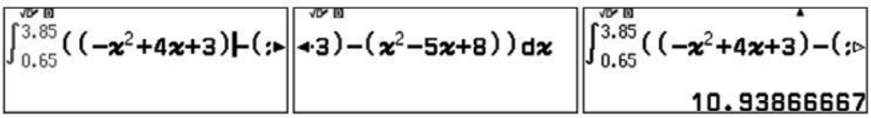
Problema

Encontrar el área entre curvas:

$$f(x) = x^2 - 5x + 8, \qquad g(x) = -x^2 + 4x + 3$$



[CATALOG] [EXE] [Down] [EXE]



Conclusiones

En este capítulo se presentará las principales conclusiones de las investigaciones presentadas en este libro.

La integración de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, especialmente a través de herramientas avanzadas como el ClassPad de Casio y emuladores de calculadoras, ha transformado significativamente el proceso educativo. Estas herramientas ofrecen una amplia gama de funcionalidades que mejoran la comprensión de conceptos matemáticos complejos y fomentan una actitud más positiva hacia el aprendizaje.

En primer lugar, el uso de herramientas como el ClassPad permite a los estudiantes abordar conceptos abstractos de manera más concreta. La capacidad de realizar cálculos simbólicos, graficar funciones y manipular ecuaciones proporciona a los estudiantes una forma directa de interactuar con el material matemático. Esto facilita una comprensión más profunda de temas avanzados como límites, derivadas e integrales, al ofrecer representaciones visuales y soluciones paso a paso que clarifican conceptos abstractos y complejos. La capacidad de experimentar con diferentes escenarios y observar resultados inmediatos ayuda a los estudiantes a internalizar y aplicar los conceptos de manera más efectiva.

El uso de emuladores de calculadoras también juega un papel crucial en la enseñanza de las matemáticas, proporcionando a los estudiantes acceso a las mismas funcionalidades de las calculadoras físicas sin las limitaciones de hardware. Los emuladores permiten a los estudiantes practicar y experimentar con herramientas avanzadas en cualquier momento y lugar, facilitando un aprendizaje más flexible y accesible. Además, los emuladores pueden simular la interfaz y las funcionalidades de las calculadoras reales, lo que prepara a los estudiantes para utilizar estas herramientas de manera efectiva en el aula y en situaciones de examen.

Un aspecto destacado de la tecnología en la educación matemática es su impacto positivo en la actitud de los estudiantes. Las herramientas tecnológicas reducen la frustración asociada con los cálculos manuales y la resolución de problemas complejos, proporcionando soluciones rápidas y precisas que permiten a los estudiantes centrarse en la comprensión conceptual en lugar de en los cálculos arduos. Esta reducción de la carga cognitiva y la posibilidad de obtener retroalimentación inmediata contribuyen a una actitud más positiva hacia las matemáticas, disminuyendo la ansiedad y aumentando la confianza de los estudiantes en sus habilidades matemáticas.

Además, la tecnología fomenta una mayor participación y motivación en el aula. Las herramientas como el ClassPad y los emuladores de calculadoras permiten a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera interactiva y dinámica. La capacidad de visualizar gráficos, realizar simulaciones y experimentar con datos en tiempo real mantiene a los estudiantes más involucrados y motivados. La tecnología hace que el aprendizaje sea más atractivo y relevante, conectando los conceptos matemáticos con aplicaciones prácticas y contextos del mundo real.

Finalmente, aunque la tecnología ofrece numerosos beneficios, es esencial que se utilice de manera equilibrada y complementaria a la enseñanza teórica. Los docentes deben asegurarse de que el uso de herramientas tecnológicas refuerce y enriquezca la comprensión de los conceptos matemáticos, y no sustituya la formación teórica fundamental. La combinación de tecnología y enseñanza tradicional proporciona una base sólida para el aprendizaje, asegurando que los estudiantes desarrollen una comprensión integral y sólida de las matemáticas, preparándolos para enfrentar futuros desafíos académicos y profesionales con confianza y habilidad.

Referencias bibliográficas

[1] D. L. Ball, H. C. Hill, and H. Bass, "Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?" 2005.

[2] D. Loewenberg Ball, M. H. Thames, and G. Phelps, "Content knowledge for teaching: What makes it special?" *Journal of teacher education*, vol. 59, no. 5, pp. 389–407, 2008.

[3] E. Olmedo, *Estrategias formativas en ecosistemas de aprendizaje.* ESIC, 2024.

[4] *The philosophy of mathematics education..* Springer Nature, 2016.

[5] L. S. Shulman, "Those who understand: Knowledge growth in teaching," *Educational researcher*, vol. 15, no. 2, pp. 4–14, 1986.

[6] J. Piaget, *Child's conception of movement and speed*. Taylor & Francis, 1970.

[7] L. S. Vygotsky, *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Harvard university press, 1978.

[8] H. Freudenthal, *Revisiting mathematics education: China lectures*. Springer Science & Business Media, 1991.

[9] R. R. Skemp, "Relational understanding and instrumental understanding," *Mathematics teaching*, vol. 77, no. 1, pp. 20–26, 1976.

[10] A. Ruiz, "Evaluación y pruebas nacionales para un currículo de matemáticas que enfatiza capacidades superiores," *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, pp. 1–307, 2017.

[11] A. Hidayat and P. Firmanti, "Navigating the tech frontier: a systematic review of technology integration in mathematics education," *Cogent Education*, vol. 11, no. 1, p. 2373559, 2024.

[12] S. M. St Omer, K. Evers, C.-Y. Wang, and S. Chen, "Technology-enhanced mathematics learning: review of the interactions between

technological attributes and aspects of mathematics education from 2013 to 2022," *Humanities and Social Sciences Communications*, vol. 12, no. 1, pp. 1–13, 2025.

[13] Q. Li and X. Ma, "A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning," *Educational Psychology Review*, vol. 22, pp. 215–243, 2010.

[14] P. Charland, A. Létourneau, M. D. Martineau, J. Boasen, and P.-M. Léger, "Navigating the future of learning: A systematic review of ai-driven intelligent tutoring systems (its) in k-12 education," 2024.

[15] N. J. M. Alvarado and E. M. P. Ortiz, "Estrategias metodológicas utilizadas por los docentes en el proceso de enseñanza–aprendizaje del nivel básico. lineamientos teóricos," *Ciencia y Educación*, vol. 5, no. 8, pp. 23–40, 2024.

[16] R. Pierce and L. Ball, "Perceptions that may affect teachers' intention to use technology in secondary mathematics classes," *Educational studies in mathematics*, vol. 71, pp. 299–317, 2009.

[17] E. Harskamp, C. Suhre, and A. Van Streun, "The graphics calculator and students' solution strategies," *Mathematics Education Research Journal*, vol. 12, pp. 37–52, 2000.

[18] K. Ruthven, "The influence of graphic calculator use on translation from graphic to symbolic forms," *Educational studies in mathematics*, vol. 21, no. 5, pp. 431–450, 1990.

[19] A. J. Ellington, "A meta-analysis of the effects of calculators on students' achievement and attitude levels in precollege mathematics classes," *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 34, no. 5, pp. 433–463, 2003.

[20] N. C. of Teachers of Mathematics, "The role of technology in the teaching and learning of mathematics," *NCTM News Bulletin*, vol. 44, no. 9, pp. 1–12, 2008.

[21] N. Principles, "standards for school mathematics, nctm," *Reston, VA*, 2000.

[22] M. K. Heid and G. W. Blume, "Algebra and function development," *Research on technology and the teaching and learning of mathematics*, vol. 1, pp. 55–108, 2008.

[23] N. W. Leng, "Using an advanced graphing calculator in the teaching and learning of calculus," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 42, no. 7, pp. 925–938, 2011.

[24] C. Leinbach, D. C. Pountney, and T. Etchells, "Appropriate use of a cas in the teaching and learning of mathematics," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 33, no. 1, pp. 1–14, 2002.

[25] D. Mendoza, "La matemática emocional y afectiva a partir del empleo de las tecnologías de la información y comunicación en educación media general," *TESIS DOCTORALES*, pp. 1–288, 2016.

[26] O. A. Ogunsipe and T. P. Makgakga, "Effectiveness of scientific calculators' usage in the teaching and learning of grade 11 parabola functions to improve learner performance." *Research in Social Sciences and Technology*, vol. 9, no. 3, pp. 370–386, 2024.

[27] G. Leinhardt, O. Zaslavsky, and M. K. Stein, "Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching," *Review of educational research*, vol. 60, no. 1, pp. 1–64, 1990.

[28] L. M. Tauber Tauber, "La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos," 2001.

[29] A. S. González-Martín, *La generalización de la integral definida desde las perspectivas numérica, gráfica y simbólica utilizando entornos informáticos. Problemas de enseñanza y de aprendizaje*. Universidad de La Laguna (Canary Islands, Spain), 2006.

[30] J.-L. Dorier and A. Sierpinska, "Research into the teaching and learning of linear algebra," in *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study*. Springer, 2001, pp. 255–273.

[31] M. Artigue, "Didactical design in mathematics education," in *Nordic research in mathematics education*. Brill, 2009, pp. 5–16.

[32] M. E. L. Garcia, P. A. L. Balcázar, and A. A. M. Gallardo, "Aprendizaje basado en problemas en el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico de los estudiantes del séptimo ciclo de la carrera de pedagogía de las ciencias experimentales química y biología," *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, vol. 8, no. 2, pp. 5856–5879, 2024.

[33] T. Koparan, "Teaching game and simulation based probability," *Inter-*

national Journal of Assessment Tools in Education, vol. 6, no. 2, pp. 235–258, 2019.

[34] G. Del Pino and S. Estrella, "Educación estadística: relaciones con la matemática," *Pensamiento educativo*, vol. 49, no. 1, pp. 53–64, 2012.

[35] Y. Tang and W. He, "Meta-analysis of the relationship between university students' anxiety and academic performance during the coronavirus disease 2019 pandemic," *Frontiers in psychology*, vol. 14, p. 1018558, 2023.

[36] G. R. Feregrino, J. A. J. López, O. L. F. Gómez, and G. R. Méndez, "El rendimiento académico y las actitudes hacia las matemáticas con un sistema tutor adaptativo," *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, vol. 14, no. 4, pp. 271–294, 2020.

[37] S. del Puerto and C. Minnaard, "El uso de la calculadora gráfica en el aprendizaje de la matemática," *Revista Iberoamericana de educación*, vol. 33, no. 3, pp. 1–13, 2003.

[38] ——, "El uso de la calculadora gráfica en el aprendizaje de la matemática," *Revista Iberoamericana de educación*, vol. 33, no. 3, pp. 1–13, 2003.

[39] R. G. Araya, "Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas," *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2007.

[40] F. Alcas Rojas, "2.02. uso del proyecto descartes en la enseñanza de la derivada en la asignatura de matemática 2 de la facultad de ciencias económicas y empresariales de la universidad de piura." 2014.

[41] A. Guzmán, J. Ruiz, and G. Sánchez, "Estrategias pedagógicas para el aprendizaje de las operaciones matemáticas básicas sin calculadora," *Ciencia y Educación*, vol. 5, no. 1, pp. 55–74, 2021.

[42] A. R. Quesada and M. E. Maxwell, "The effects of using graphing calculators to enhance college students' performance in precalculus," *Educational Studies in Mathematics*, vol. 27, no. 2, pp. 205–215, 1994.

[43] M. B. Gómez Lazarte, "El uso de la herramienta virtual wiris en el aprendizaje de la función cuadrática, dirigido a los estudiantes del curso de matemática en la universidad san ignacio de loyola." 2013.

[44] E. Hazday, E. Rodríguez, and O. Pérez, "El trabajo independiente de la matemática numérica con el uso de calculadoras graficadoras," *Instituto Superior Politécnico José Antonio Echevarria*, 2010.

[45] N. Pacheco-Carrascal, "La motivación y las matemáticas," *Eco matemático*, vol. 7, no. 1, pp. 149–158, 2016.

[46] M. J. C. Mora, M. G. E. Murillo, R. d. l. Á. B. Murillo, and M. Y. C. Moyano, "La gamificación como herramienta metodológica en la enseñanza," *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, vol. 7, no. 1, p. 43, 2022.

[47] M. Yos, "Casio edu+ y la creación de clases en línea," *Investigaciones educativas de la enseñanza del cálculo, las ciencias y las matemáticas*, vol. 1, pp. 50–55, 2021.

[48] C. Vallejo and Y. Reyes, "La enseñanza del cálculo, las ciencias y las matemáticas," *Investigaciones educativas de la enseñanza del cálculo, las ciencias y las matemáticas*, vol. 1, pp. 20–243, 2021.

[49] C.-J. Liu, B. M. Jack, and H.-L. Chiu, "Taiwan elementary teachers' views of science teaching self-efficacy and outcome expectations," *International Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 6, pp. 19–35, 2008.

[50] J. M. Keller, "Strategies for stimulating the motivation to learn," *Performance and instruction*, vol. 26, no. 8, pp. 1–7, 1987.

[51] J. Visser and J. M. Keller, "The clinical use of motivational messages: An inquiry into the validity of the arcs model of motivational design," *Instructional science*, vol. 19, no. 6, pp. 467–500, 1990.

[52] R. V. Small and M. Gluck, "The relationship of motivational conditions to effective instructional attributes: A magnitude scaling approach," *Educational technology*, pp. 33–40, 1994.

[53] T. B. Means, D. H. Jonassen, and F. M. Dwyer, "Enhancing relevance: Embedded arcs strategies vs. purpose," *Educational technology research and development*, vol. 45, pp. 5–17, 1997.

[54] L. J. Cronbach, "Coefficient alpha and the internal structure of tests," *psychometrika*, vol. 16, no. 3, pp. 297–334, 1951.

[55] P. Mallery and D. George, *SPSS for windows step by step*. Allyn & Bacon, Inc., 2000.

[56] S. S. Shapiro and M. B. Wilk, "An analysis of variance test for normality (complete samples)," *Biometrika*, vol. 52, no. 3-4, pp. 591–611, 1965.

[57] M. S. Bartlett, "Tests of significance in factor analysis." *British journal of*

psychology, 1950.

[58] W.-H. Huang, W.-Y. Huang, and J. Tschopp, "Sustaining iterative game playing processes in dgbl: The relationship between motivational processing and outcome processing," *Computers & Education*, vol. 55, no. 2, pp. 789–797, 2010.

[59] X. Ma and N. Kishor, "Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis," *Journal for research in mathematics education*, pp. 26–47, 1997.

[60] H. Alvarado, S. Estrella, L. Retamal, and M. Galindo, "Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad," *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, vol. 21, no. 2, pp. 131–156, 2018.

[61] K. Cipora, M. Lunardon, N. Masson, C. Georges, H.-C. Nuerk, and C. Artemenko, "The amatus dataset: Arithmetic performance, mathematics anxiety and attitudes in primary school teachers and university students," *Journal of Open Psychology Data*, vol. 12, no. 1, 2024.

[62] J. J. March, D. Hamilton, D. McCormack, R. Brisco, and A. Grech, "A network analysis of statistics anxiety symptoms and their antecedents in uk higher education students," *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 1547, no. 1, pp. 220–232, 2025.

[63] G. Polydoros, V. Galitskaya, P. Pergantis, A. Drigas, A.-S. Antoniou, and E. Beazidou, "Innovative ai-driven approaches to mitigate math anxiety and enhance resilience among students with persistently low performance in mathematics," *Psychology International*, vol. 7, no. 2, p. 46, 2025.

[64] E. Fennema and J. A. Sherman, "Fennema-sherman mathematics attitudes scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males," *Journal for research in Mathematics Education*, vol. 7, no. 5, pp. 324–326, 1976.

[65] R. J. Cruise, R. W. Cash, and D. L. Bolton, "Development and validation of an instrument to measure statistical anxiety," in *American Statistical Association Proceedings of the Section on Statistical Education*, vol. 4, no. 3. American Statistical Association Washington, DC, 1985, pp. 92–97.

[66] A. J. Onwuegbuzie, D. Da Ros, and J. M. Ryan, "The components of sta-

tistics anxiety: A phenomenological study." *Focus on Learning Problems in mathematics*, vol. 19, no. 4, pp. 11–35, 1997.

[67] R. A. D. Rivero, *La enseñanza y aprendizaje del cálculo integral en un entorno computacional: actitudes de los estudiantes hacia el uso de un programa de cálculo simbólico (PCS)*. Universidad de La Laguna (Canary Islands, Spain), 2004.

[68] R. X. M. Mayorga, C. I. R. Naranjo, M. E. S. Pacheco, and F. J. Z. Farías, "Tecnologías de información y comunicación en el rendimiento académico estudiantil," *Revista Venezolana de Gerencia: RVG*, vol. 27, no. 7, pp. 313–327, 2022.

[69] C. W. L. Gómez, "Influencia de la tecnología en el aprendizaje del estudiante para resolver problemas matemáticos," *Revista Cedotic*, vol. 5, no. 1, pp. 79–97, 2020.

[70] I. M. Lazarte, S. G. Gómez, M. I. Korzeniewski, and M. C. Haustein, "Gamificación en la educación superior: metodología pedagógica aplicada en la asignatura probabilidad y estadística," 2021.

[71] C. Sánchez-Bracamontes, "Las competencias matemáticas y el empleo de las tecnologías en estudiantes de bachillerato en méxico," *Revista Varela*, vol. 23, no. 64, pp. 24–37, 2023.

[72] E. Auzmendi Escribano, "Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas media y universitaria," *Características y medición. Ed mensajero. España*, 1992.

[73] J. Segarra and C. Julià, "Mathematics teaching efficacy belief and attitude of pre-service teachers and academic achievement." *European Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 10, no. 1, pp. 1–14, 2022.

[74] G. Daza and B. Garza, "Actitudes hacia el cálculo diferencial e integral: caracterización de estudiantes mexicanos del nivel medio superior," *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, vol. 32, no. 60, pp. 279–302, 2018.

[75] J. L. Devore *et al.*, "Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias," *Cengage Learning Editores*, 2009.

[76] W. O. F. López and E. A. Escribano, "Actitudes hacia las matemáticas en la enseñanza universitaria y su relación con las variables género y etnia," *Profesorado, revista de currículum y formación del profesorado*, vol. 22,

no. 3, pp. 231–251, 2018.

[77] S. Ursini and J. Sánchez, "Actitudes hacia las matemáticas," *Qué son. Cómo se miden. Cómo se evalúan. Cómo se modifican. Ciudad de México, México: UNAM, FES Zaragoza*, 2019.

[78] S. M. Beurze, A. R. T. Donders, G. A. Zielhuis, F. de Vegt, and A. L. Verbeek, "Statistics anxiety: a barrier for education in research methodology for medical students?" *Medical Science Educator*, vol. 23, pp. 377–384, 2013.

[79] E. Sanchez and E. J. Chernoff, "La enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad en el 14º congreso internacional de educación matemática: Continuación del trabajo continuo del grupo de estudio temático 11," *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, vol. 22, no. 3, pp. 513–520, 2022.

[80] J. Santabárbara, "Ansiedad hacia la estadística en estudiantes de grado en medicina," *FEM: Revista de la Fundación Educación Médica*, vol. 22, no. 4, pp. 175–179, 2019.

[81] E. Wenzelburger, "Introducción de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial e integral–una propuesta didáctica," *Educación matemática*, vol. 5, no. 3, pp. 93–123, 1993.

[82] K. Amorim and V. L. Felicetti, "Programa de tutoría cálculo diferencial e integral i: éxito y permanencia," *Espiral: Revista de Docencia e Investigación*, vol. 5, no. 1, pp. 93–100, 2015.

[83] I. C. Delgado Monge, J. Espinoza González, and J. Fonseca Castro, "Ansiedad matemática en estudiantes universitarios de costa rica y su relación con el rendimientos académico y variables sociodemográficas," 2017.

[84] G. J. Daza and B. G. González, "Estudio de las expectativas de estudiantes mexicanos del nivel medio superior con respecto al cálculo diferencial e integral a study of the expectations of high school mexican students regarding the differential and integral calculus," *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, vol. 22, no. 1, 2020.

[85] C. Kim, S. W. Park, and J. Cozart, "Affective and motivational factors of learning in online mathematics courses," *British Journal of Educational*

Technology, vol. 45, no. 1, pp. 171–185, 2014.

[86] A. Bandura *et al.*, "Social foundations of thought and action," *Englewood Cliffs, NJ*, vol. 1986, no. 23-28, p. 2, 1986.

[87] J. M. García-Fernández, M. C. Martínez-Monteagudo, and C. J. Inglés, "¿ cómo se relaciona la ansiedad escolar con el rendimiento académico?" *Revista Iberoamericana de psicología y salud*, vol. 4, no. 1, pp. 63–76, 2013.

[88] P. Galbraith and C. Haines, "Disentangling the nexus: Attitudes to mathematics and technology in a computer learning environment," *Educational studies in mathematics*, vol. 36, no. 3, pp. 275–290, 1998.

[89] S. del Puerto and C. Minnaard, "El uso de la calculadora gráfica en el aprendizaje de la matemática," *Revista Iberoamericana de educación*, vol. 33, no. 3, pp. 1–13, 2003.

[90] R. Gamboa, "Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas," *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2007.

[91] F. Alcas Rojas, "2.02. uso del proyecto descartes en la enseñanza de la derivada en la asignatura de matemática 2 de la facultad de ciencias económicas y empresariales de la universidad de piura." 2014.

[92] A. Guzmán, J. Ruiz, and G. Sánchez, "Pedagogical strategies for learning basic mathematical operations without calculator," 2022.

[93] M. Sahão, S. Fiscarelli, and S. Barrozo, "Tecnologia digital aplicada no ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral [digital technology applied to teaching and learning differential and integral calculus]," in *Proceedings of the Innovation, Technology and Sustainability Conference*, 2010, pp. 1–10.

[94] J. Mena, "Estudio de la ansiedad matemática en los cursos matemática general, cálculo diferencial e integral y ecuaciones diferenciales del instituto tecnológico de costa rica en el i semestre 2013," *Instituto Tecnológico de Costa Rica. Costa Rica*, 2014.

[95] A. Salvatierra Melgar, S. Romero, and L. Shardin Flores, "Khan academy: strengthening calculus i learning in college students.[khan academy: fortalecimiento del aprendizaje de cálculo i en estudiantes universitarios.]," 2021.

[96] J. C. Sierra, V. Ortega, and I. Zubeidat, "Ansiedad, angustia y estrés: tres

conceptos a diferenciar," *Revista mal-estar e subjetividade*, vol. 3, no. 1, pp. 10–59, 2003.

[97] F. C. Richardson and R. M. Suinn, "The mathematics anxiety rating scale: psychometric data." *Journal of counseling Psychology*, vol. 19, no. 6, p. 551, 1972.

[98] R. Hembree, "The nature, effects, and relief of mathematics anxiety," *Journal for research in mathematics education*, vol. 21, no. 1, pp. 33–46, 1990.

[99] A. M. Legg and L. Locker Jr, "Math performance and its relationship to math anxiety and metacognition." *North American Journal of Psychology*, vol. 11, no. 3, 2009.

[100] C.-J. Liu, B. M. Jack, and H.-L. Chiu, "Taiwan elementary teachers' views of science teaching self-efficacy and outcome expectations," *International Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 6, no. 1, pp. 19–35, 2008.

[101] D. George and M. Mallery, "Using spss for windows step by step: a simple guide and reference," 2003.

[102] A. Aguilar, F. Bravo, H. Gallegos, M. Cerón, and R. Reyes, "Cálculo diferencial e integral," 2010.

[103] W. Flores and E. Auzmendi, "Actitudes hacia las matemáticas en la enseñanza universitaria y su relación con las variables género y etnia (attitudes towards mathematics in university education and its relationship with gender and ethnic variables)," *Profesorado, Revista de Currículo y Formación del Profesorado*, vol. 22, no. 3, pp. 231–248, 2018.

[104] M. Tezer and N. Karasel, "Attitudes of primary school 2nd and 3rd grade students towards mathematics course," *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, vol. 2, no. 2, pp. 5808–5812, 2010.

[105] D. Mato and E. de la Torre Fernández, "Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico," in *Investigación en Educación Matemática XIII*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM, 2009, pp. 285–300.

[106] E. De Faria, "Uso de tecnologías digitales en la educación matemática en costa rica," *Uniciencia*, vol. 20, no. 1, pp. 135–145, 2003.

[107] L. F. Ramos Vargas, "La educación estadística en el nivel universitario:

retos y oportunidades," *Revista digital de investigación en docencia universitaria*, vol. 13, no. 2, pp. 67–82, 2019.

[108] H. T. González, "Recursos tecnológicos para la integración de la gamificación en el aula," *Revista Tecnología, Ciencia y Educación*, pp. 75–117, 2019.

[109] J. S. Núñez Morales, "Aprendizaje basado en proyectos a través de la herramienta colaborativa discord en la asignatura de matemática," Master's thesis, 2023.

[110] I. Espinoza-López, "El ambiente virtual estrategia de aprendizaje y evaluación auténtica del cálculo diferencial en la modalidad escolarizada-presencial," *Revista Mexicana de Investigación e Intervención Educativa*, vol. 2, no. 2, pp. 27–33, 2023.

[111] M. Pardo-Cueva, L. M. Chamba-Rueda, Á. H. Gómez, and B. G. Jaramillo-Campoverde, "Las tic y rendimiento académico en la educación superior: Una relación potenciada por el uso del padlet," *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação*, no. E28, pp. 934–944, 2020.

[112] L. Caraballo Acosta, "Los videos como activadores de juicios de la autoeficacia en un ambiente de aprendizaje para docentes sobre el uso de las tic." 2016.

[113] N. D. De Gyves and E. L. Ramírez, "Ansiedad matemática, actitud y autoeficacia: un estudio sobre el efecto de appcalc en estudiantes de ingeniería," *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, no. 12, p. 45, 2021.

[114] D. H. Ramirez and C. A. V. Alvarez, "Importancia de la inteligencia emocional en la resiliencia de estudiantes y docentes," *Revista de Climatologıa Edición Especial Ciencias Sociales*, vol. 23, p. 2931, 2023.

[115] F. J. Fernández Río, J. A. Cecchini Estrada, J. Lopes, H. Silva, Â. Leite *et al.*, "Autoeficacia, autorregulación y aprendizaje cooperativo en estudiantes españoles y portugueses de educación secundaria," *Educación XXI*, 2023.

[116] R. Rebouças Andrade, C. Zanatta, and S. d. R. Gonçalves Cordeiro, "Las creencias de autoeficacia y la autorregulación del aprendizaje en el contexto de la educación inclusiva," *Revista latinoamericana de educación inclusiva*, vol. 17, no. 1, pp. 41–57, 2023.

[117] C. E. Bayrón, "Teoría social cognitiva y teoría de retención de vincent tinto: Marco teórico para el estudio y medición de la auto-eficacia académica en estudiantes universitarios," *Revista Griot*, vol. 5, no. 1, pp. 28–49, 2012.

[118] B. A. L. Aguilar Salcedo, "Efectos del programa "yo creo en mí" sobre la percepción de autoeficacia general en madres de niños diagnosticados con trastorno de la actividad y de la atención en una clínica de lima metropolitana en el año 2016," 2017.

[119] M. M. W. V. de Calderón, "La evaluación formativa y logros de aprendizaje en el área ciencia y tecnología en estudiantes secundaria," *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, vol. 7, no. 3, pp. 9575–9588, 2023.

[120] M. S. Escalona, "La ansiedad matemática," *Matemáticas, educación y sociedad*, vol. 2, no. 2, pp. 1–18, 2019.

[121] E. L. Usher and F. Pajares, "Sources of self-efficacy in mathematics: A validation study," *Contemporary educational psychology*, vol. 34, no. 1, pp. 89–101, 2009.

[122] E. E. M. Pineda, M. D. Casa-Coila, M. Y. Salluca, D. M. Jilaja, and P. S. M. Vilca, "Competencias digitales y satisfacción en logros de aprendizaje de estudiantes universitarios en tiempos de covid-19," *Comuni@ cción: Revista de Investigación En Comunicación y Desarrollo*, vol. 13, no. 2, pp. 106–116, 2022.

[123] N. G. V. Vallejo, *Desarrollo de la autoeficacia y la metacognición en ambientes e-Learning: Andamiajes computacionales para favorecer el logro de aprendizaje*. Universidad Pedagógica Nacional, 2020.

[124] S. T. Vera and O. L. Vargas, "Autoeficacia y logro académico en ambientes virtuales de aprendizaje," *Plumilla Educativa*, pp. 7–32, 2023.

[125] P. T. Ewell, "National institute for learning outcomes assessment," *The Lumina Degree Qualifications Profile (DQP): Implications for assessment*, 2013.

[126] R. K. Henson, "Understanding internal consistency reliability estimates: A conceptual primer on coefficient alpha," *Measurement and evaluation in counseling and development*, vol. 34, no. 3, pp. 177–189, 2001.

★ ★ ★

Matemáticas y el uso de la tecnología

se imprimió en la ciudad de Cuenca, Ecuador, en marzo de 2026, en la Editorial Universitaria Católica (EDÚNICA), con un tiraje de 200 ejemplares.

★ ★ ★